

DINÂMICA CAÓTICA E TRAVAMENTO DE FREQUÊNCIA EM MAPAS ACOPLADOS

Pedro Fernando Almeida Di Donato¹ (ITA, Bolsista PIBIC/CNPq)
Dr. Elbert Einstein Nehrer Macau² (LAC/INPE)

RESUMO

O principal objetivo do trabalho realizado durante o período de junho de 2003 a junho de 2004 foi aprender os fundamentos da teoria de sistemas dinâmicos caóticos e do fenômeno de travamento de frequência para, na próxima etapa do projeto, concentrar os esforços no estudo da sincronização de osciladores com auxílio de mapas acoplados. O estudo do comportamento caótico foi baseado na análise do sistema dinâmico formado por um pêndulo simples sujeito a uma força externa de módulo regido por uma função cossenoidal. Para se fazer tal análise foi construída uma ferramenta computacional na plataforma Visual Basic capaz de resolver numericamente o sistema de equações diferenciais que modelam o comportamento do pêndulo, e, com os resultados, construir os principais diagramas utilizados no estudo de sistemas dinâmicos. Com auxílio desse programa foi possível observar diferentes fenômenos: primeiramente a transição do comportamento periódico para o caótico através do mecanismo de dobra de períodos. Além disso, para alguns valores de parâmetros foram identificadas as formas e evoluções das bacias de atração. Com relação aos atratores, o estudo se deu de forma a caracterizá-los e relacioná-los com o comportamento do sistema. Isso foi realizado de duas maneiras principais: através de suas dimensões tanto de capacidade quanto de correlação, e através da avaliação de seu máximo expoente de Lyapunov. Ademais, fez-se a reconstrução dos atratores através de suas séries temporais, procedimento que é usado em situações mais comuns, em que não existe um modelo matemático do sistema, e os únicos dados são provenientes de situações experimentais. Por fim, o estudo evoluiu para o fenômeno de travamento de frequência, que no caso do pêndulo se caracteriza pelo travamento da média de sua velocidade angular em uma razão p/q da frequência da força externa aplicada, onde p e q são números inteiros. Tal razão conserva-se mesmo com a variação de alguns dos parâmetros, por isso recebe a denominação de travamento. Para esse estudo, fez-se o uso de uma outra construção matemática conhecida como mapa de círculo. O programa desenvolvido também foi usado para esse estudo, uma vez que é capaz de fazer iterações de condições iniciais desse mapa e construir diagramas relacionados denominados línguas de Arnold e escadaria do diabo. Como continuação do trabalho estão previstos primeiramente: o estudo e implementação de outras técnicas capazes de fornecer todos os expoentes de Lyapunov, estudo e comparação de resultados obtidos para dimensão e expoentes de Lyapunov através de séries temporais com os provenientes das equações diferenciais, e o estudo aprofundado do acoplamento de osciladores com o uso de mapas acoplados, visando principalmente o fenômeno de sincronização entre eles.

¹ Aluno do Curso de Engenharia Aeronáutica, ITA. E-mail: pfadidonato@uol.com.br

² Pesquisador Titular Laboratório Associado de Computação e Matemática Aplicada - LAC. E-mail: elbert@lac.inpe.br