

ESTIMAÇÃO CONJUNTA DE ATITUDE E ÓRBITA DE SATÉLITES ARTIFICIAIS ESTABILIZADOS POR ROTAÇÃO UTILIZANDO OBSERVAÇÕES DO MAGNETÔMETRO E SENSOR SOLAR

Carmen Miranda de Lira Silva *, Hélio Koiti Kuga

Divisão de Mecânica Orbital e Controle, INPE
12227-010, São José dos Campos, SP
E-mail: jaca_lira@hotmail.com, hkk@dem.inpe.br,

Roberto Vieira da Fonseca Lopes

Divisão de Sistemas Espaciais, INPE
12227-010, São José dos Campos, SP
E-mail: roberto@dss.inpe.br.

1. RESUMO

O presente trabalho propõe um procedimento para estimação conjunta de órbita e atitude de maneira não convencional, através da utilização dos sensores de atitude: magnetômetro e solar, utilizando os estimadores de mínimos quadrados e filtro estendido de kalman para o processamento das observações fornecidas pelos sensores.

2. PALAVRAS CHAVES

Satélites Artificiais, estimação de estados, órbita, atitude, magnetômetro, sensor solar, estabilização por rotação.

3. INTRODUÇÃO

Este trabalho propõe realizar conjuntamente a determinação de órbita e atitude de satélites estabilizados por rotação e com órbitas baixas (LEO -Low Earth Orbit).

Seja por rastreamento de radar, por GPS ou qualquer outro meio é necessário determinar a órbita e a atitude de um satélite artificial. Se a missão não requer ótima precisão, meios não convencionais que possam oferecer benefícios, por exemplo, custo e acessibilidade, serão bem vindos para o uso na área espacial.

Propomos aqui, que seja utilizado um recurso que por sua vez já esteja a bordo do satélite artificial, determinando sua atitude, para uma extensão da sua utilização, ou seja, para determinação de órbita também.

Os sensores a bordo do satélite irão nos fornecer medidas das observações do campo geomagnético e o ângulo solar. As medidas do campo geomagnético correspondem à intensidade desse campo nos eixos x , y e z do satélite, uma vez que o magnetômetro a bordo de cada satélite utilizado para os testes, é de três eixos. A

componente em z é a axial (ao longo do eixo de rotação) que é considerada inercial durante o período em que são coletados os dados pela estação de rastreamento em Cuiabá (MT), enquanto que a componente radial (x e y) é perpendicular a esta.

Nos testes do procedimento as medidas dos sensores são corrompidas por erros aleatórios e no caso do magnetômetro, pelo efeito tendencioso devido ao campo magnético residual do satélite.

Quanto aos modelos, o da dinâmica do movimento considerado, é o de dois corpos (satélite artificial e a Terra) com as perturbações: arrasto atmosférico, radiação solar, assimetria da Terra e forças gravitacionais do Sol e da Lua. Os campos geogravitacional e geomagnético (modelo IGRF da época), são utilizados até o 10^o harmônico. Já para a atitude é levado em conta os torques devidos ao campo magnético residual e às correntes parasitas.

Este trabalho tem como base o trabalho da referência [1], que obteve como resultado um erro na posição do satélite artificial em torno de 100km, mas que ainda considera o tema relevante para trabalhos futuros, oferecendo dessa forma alternativas, que visam a redução deste erro, que por sua vez serão consideradas neste trabalho.

Estão sendo estudados também: as covariâncias, a estimativa da tendenciosidade do eixo axial no sistema do satélite e uma melhor estimativa para a condição inicial do procedimento.

4. ESTIMAÇÃO DE ÓRBITA

A teoria de estimação vem da necessidade de conhecer processos matemáticos que regem os fenômenos naturais. O matemático Karl Friederich Gauss (1795), por exemplo, depois de colecionar medidas obtidas por telescópio teve a necessidade de prever as órbitas de planetas e cometas. Esta necessidade levou-o ao método de mínimos quadrados. Na realidade tal necessidade faz parte de todo um contexto histórico da época, que pode ser esclarecida

com aprofundamento em história da Matemática , referência [3].

Quando queremos determinar uma órbita, estamos interessados em sua magnitude, sua forma e sua orientação para que possamos localizar o satélite, que por sua vez é designado a cumprir uma determinada missão espacial. Dessa maneira necessitamos por vezes saber a posição e a velocidade deste satélite para que possamos efetuar as tarefas necessárias afim de cumprirmos a missão, referência [5].

Na figura abaixo, nós temos um sistema centrado na Terra e o plano da órbita passando através deste sistema. Em tal sistema encontramos quantidades tais como os ângulos de Leonhard Euler Ω, I e ω (ascensão reta do nodo ascendente, inclinação e argumento do perigeu, respectivamente) que em conjunto com a excentricidade e , o semi-eixo maior a , e a anomalia média M , formam os 6 elementos keplerianos que caracterizam uma órbita.

Por estes 6 elementos podemos determinar diretamente a posição e a velocidade do satélite em um dado instante t no triedro XOYOZ (centrado na Terra). E dados os vetores posição e velocidade do satélite em um dado instante t , determinamos os seus elementos keplerianos, referência [4].

Além disso a matriz de transição entre dois instantes nos elementos métricos pode ser calculada analiticamente, referência [2] .

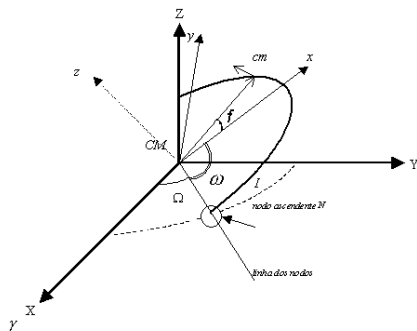


Figura 1: plano da órbita

4.1 ESTIMADOR MÍNIMOS QUADRADOS

Este método estima valores que são constantes ao longo do tempo (parâmetros). As medidas provenientes de observações devem estar relacionadas com o que se deseja estimar. Logo, para relacionarmos as medidas aos parâmetros precisamos de algum ente matemático que faça essa relação, ou seja, relacione duas grandezas uma sabida e outra a saber, o qual é apresentado abaixo:

$$Y_k = h_k(X_k) + \epsilon_k \quad (1)$$

$$X_k = f(X_0, t_k - t_0) \quad (1a)$$

onde Y_k é a observação, h_k relaciona X_k a Y_k , X_k é o parâmetro (a saber), ϵ_k é a parcela não tendenciosa de corrupção das observações e f é uma função de propagação não linear.

O que pretendemos é minimizar o quadrado da diferença entre o que foi observado e o parâmetro. Então minimizamos o índice de desempenho do quadrado dos resíduos, dado pela equação:

$$\text{Min}J(X_0) = \sum_k [Y_k - h_k(X_k)]^T W [Y_k - h_k(X_k)], \text{ onde}$$

Y_k é um vetor contendo m medidas, X_k é um vetor de n parâmetros, h_k é uma função não linear e W é uma matriz de pesos que pondera os diferentes tipos de erros na observação.

Quando realizamos as observações temos por vezes incertezas sobre as medidas colhidas. Este fato é muito importante, pois não adianta sabermos somente o quanto erramos, temos de saber além: o quanto e em relação a o quê. Então, se a matriz de pesos W expressar a matriz de covariância dos erros das medidas temos que a matriz de covariância dos erros na estimativa dos parâmetros será dada pela equação: $P = (H^T W H)^{-1}$, onde

$$H_k = \left[\frac{\partial h_k}{\partial x} \right]_{x = \bar{x}}$$

4.2 FILTRO DE KALMAN

O filtro estimador de estados, é chamado filtro de Kalman, por ter sido desenvolvido por Rudolph Emil Kalman (1959), referência [3].

Este estimador realiza o processamento das medidas em tempo real e ainda, em suas equações o ruído dinâmico tem participação na estimação dos estados.

O filtro de Kalman é um conjunto de equações que fornece uma solução recursiva para estimativa do vetor de estados. Este filtro combina todas as medidas coletadas juntamente com o conhecimento antes (*a priori*) da dinâmica do sistema e dos equipamentos de medidas mais as estatísticas do ruído dinâmico e finalmente os erros nas medidas.

O filtro em princípio é utilizado para dinâmicas lineares, mas mediante a extensão da técnica podemos usar o filtro em dinâmicas não-lineares, como filtro estendido de Kalman.

4.2.1 FILTRO ESTENDIDO DE KALMAN

A solução utilizando o filtro de Kalman se dá em duas etapas, ou seja, fase de propagação e fase de atualização. Para tanto, assumimos que a dinâmica do estado e as observações são descritas por equações diferenciais não-lineares em relação ao estado dadas pelo sistema abaixo:

$$\mathbf{y}_k = \mathbf{h}_k(\mathbf{x}_k) + \mathbf{v}_k \quad (2)$$

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, t) + \mathbf{G}\mathbf{w} \quad (2a)$$

Estas equações devem ser linearizadas para que possamos fazer uso do filtro de Kalman. Esta linearização é feita por meio de uma expansão em série de Taylor em torno da melhor estimativa do estado disponível. Dessa maneira, na linearização a função \mathbf{f} é truncada em sua primeira derivada, assumindo a forma abaixo:

$$\mathbf{f} = \mathbf{f}(\bar{\mathbf{x}}, t) + \left[\frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}} \right]_{\mathbf{x}=\bar{\mathbf{x}}} (\mathbf{x} - \bar{\mathbf{x}}) \quad (3)$$

Definimos então, os desvios:

$$\delta \mathbf{x} = \mathbf{x} - \bar{\mathbf{x}},$$

$$\delta \dot{\mathbf{x}} = \dot{\mathbf{x}} - \dot{\bar{\mathbf{x}}} = \dot{\mathbf{x}} - \mathbf{f}(\bar{\mathbf{x}}, t)$$

$$\text{e } \mathbf{F} = \left[\frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}} \right]_{\mathbf{x}=\bar{\mathbf{x}}}, \text{ finalmente} \quad (4)$$

$$\delta \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{F} \delta \mathbf{x} + \mathbf{G}\mathbf{w} \quad (4a)$$

A equação das observações é linearizada expandindo \mathbf{h}_k , também em série de Taylor com truncamento no termo linear:

$$\mathbf{y}_k = \mathbf{h}_k(\bar{\mathbf{x}}) + \left[\frac{\partial \mathbf{h}_k}{\partial \mathbf{x}} \right]_{\mathbf{x}=\bar{\mathbf{x}}} (\mathbf{x} - \bar{\mathbf{x}}) + \mathbf{v}_k \quad (5)$$

Definimos agora os desvios $\delta \mathbf{y}_k = \mathbf{y}_k - \mathbf{h}_k(\bar{\mathbf{x}}_k)$ e

$$\mathbf{H}_k = \left[\frac{\partial \mathbf{h}_k}{\partial \mathbf{x}} \right]_{\mathbf{x}=\bar{\mathbf{x}}}, \text{ finalmente a equação das}$$

observações linearizada é dada pela equação:

$$\delta \mathbf{y}_k = \mathbf{H}_k \delta \mathbf{x}_k + \mathbf{v}_k \quad (6)$$

Dessa maneira, as equações da fase de propagação do estado e da matriz de transição são:

$$\dot{\bar{\mathbf{x}}} = \mathbf{f}(\bar{\mathbf{x}}, t) \quad (7)$$

$$\dot{\bar{\Phi}} = \mathbf{F}\bar{\Phi}$$

A matriz de covariância é propagada por meio da equação:

$$\bar{\mathbf{P}}_k = \bar{\Phi}_{k-1,k} \hat{\mathbf{P}}_{k-1} \bar{\Phi}_{k-1,k}^T + \int_{k-1}^k \bar{\Phi}_{k-1,\tau} \mathbf{G}(\tau) \mathbf{Q}(\tau) \mathbf{G}^T(\tau) \bar{\Phi}_{k-1,\tau}^T d\tau \quad (8)$$

Para a fase de atualização temos as equações abaixo:

$$\begin{aligned} \mathbf{K}_k &= \bar{\mathbf{P}}_k \mathbf{H}_k^T (\mathbf{H}_k \bar{\mathbf{P}}_k \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k)^{-1} \\ \hat{\mathbf{x}}_k &= \bar{\mathbf{x}}_k + \mathbf{K}_k [\mathbf{y}_k - \mathbf{h}_k(\bar{\mathbf{x}}_k)] \\ \hat{\mathbf{P}}_k &= (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k) \bar{\mathbf{P}}_k \end{aligned} \quad (9)$$

• METODOLOGIA UTILIZADA

O procedimento está dividido em duas partes, são elas: o pré-processamento e o processamento. O pré-processamento é determinado pelo curto e médio períodos e o processamento pelo longo período.

No **curto período** os muitos dados coletados (medidas) são agrupados em períodos de 16 segundos cada que serão utilizados no **médio período**, esse conterà poucos dados, pois cada conjunto de informações do **curto período** passa a ser uma única informação (dado comprimido) no **médio período**. Aquele conjunto de medidas forma uma senóide que não oscila em torno da origem devido a amplitude do campo residual do satélite, então desde já são realizados os ajustes necessários para que esta senóide esteja em torno de zero. Para os satélites considerados neste trabalho verificamos que o efeito dos torques perturbadores é negligenciável durante um período orbital. Nos períodos curto (16 segundos) e

médio (15 minutos) o procedimento é realizado considerando o satélite inercialmente estabilizado.

O estimador de época mínimos quadrados será utilizado no médio período, fornecendo assim uma estimativa local de órbita.

A saída deste estimador de mínimos quadrados será utilizada na entrada do estimador filtro estendido de Kalman que levará em conta os efeitos de **longo período**. Neste período além de entrar a estimativa de atitude e a tendenciosidade do magnetômetro será melhorada a estimativa da órbita que fora já estimada no médio período, pois neste longo período estaremos considerando coeficientes de achatamento terrestre superior a J_2 além das outras perturbações de órbita.

As medidas de observação (dados reais) foram fornecidas pelo centro de controle do Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais. Essas medidas são as componentes em x, y e z do magnetômetro e o ângulo entre o sol e o eixo de rotação do satélite, fornecido por um sensor solar digital.

Para o pré-processamento é feito o uso das componentes radial (x,y) e a axial (z). Estas componentes que estão no plano xoy são consideradas invariantes no curto período, pois só irá nos interessar a amplitude de sua variação senoidal. Já a axial está na mesma direção do eixo de rotação do satélite, sendo assim podemos considerá-la também invariante.

Para o médio período temos de considerar a variação nessa amplitude pois a distância percorrida pelo satélite já é suficiente para que o magnetômetro detecte variações na intensidade do campo geomagnético.

Então temos no médio período um vetor de estados contendo apenas estimativas desacopladas de órbita e atitude. Já para o longo período teremos de estimar conjuntamente a órbita (melhoria), a atitude, a tendenciosidade do magnetômetro no eixo axial (z) e outros parâmetros ainda sob investigação.

• RESULTADOS PRELIMINARES

Os resultados abaixo são baseados em dados reais e mostram os resíduos nas componentes radial e axial. Estes resultados são preliminares e foram obtidos num problema de estimação de posição, velocidade e atitude, utilizando a técnica de estimação de mínimos quadrados em lotes.

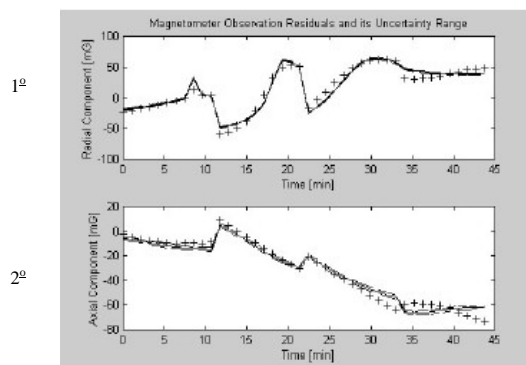
A técnica de estimação foi aplicada para obter os 6 elementos orbitais e mais 2 ângulos de correção de atitude do eixo de rotação.

O satélite utilizado para testar o procedimento foi o satélite artificial SCD-1 (Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais) lançado em 9 de fevereiro de 1993. O período de amostragem foi correspondente às órbitas de 5268 até 5271.

As observações necessárias para o processo de estimação foram as componentes do campo geomagnético ao longo do eixo de *rotação* e a outra

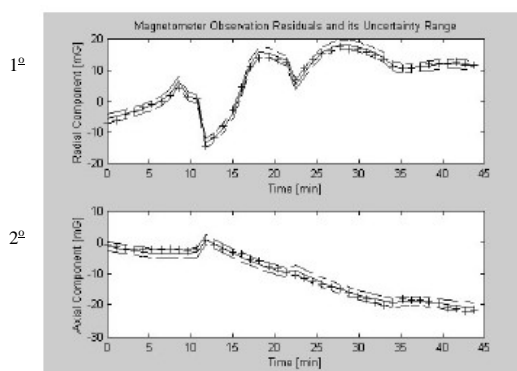
perpendicular a ele.

Os gráficos abaixo mostram resultados residuais da primeira e da última iteração, respectivamente. O sinal “+” refere-se as medidas e a curva refere-se ao modelo de referência.



O primeiro gráfico mostra os resultados na componente radial e em comparação com o abaixo (depois da trigésima iteração) observamos que o resíduo diminuiu, o que mostra que o processo tende a convergir.

O segundo gráfico mostra os resultados na componente axial e em comparação com o abaixo (depois da trigésima iteração) observamos que o resíduo diminuiu, o que mostra que o processo tende a convergir.



5. CONCLUSÕES

Os benefícios esperados por este tipo de procedimento são: econômico (custo, energia, espaço, peso), procedimento alternativo de determinação de órbita a bordo (redundância), autonomia a bordo, e pesquisa no desenvolvimento de algoritmos de processamento de dados.

Ao final da pesquisa pretendemos obter um algoritmo autônomo para determinar a órbita (posição e velocidade), a atitude e o vetor velocidade angular de um satélite estabilizado por rotação que explore as informações fornecidas por um sensor solar e um magnetômetro em três eixos, combinadas com informações supridas pelo modelo dinâmico. Além disso, pretendemos caracterizar o desempenho deste algoritmo

com base em resultados de simulação para diferentes condições orbitais (inclinações e altitudes), bem como comparar os resultados obtidos para os satélites SCD-1 e SCD-2 com os reportados pelo centro de controle do INPE.

6. REFERÊNCIAS

- [1] LOPES, R.V.F., KUGA, H. K., SILVA, A.R. *Coarse Orbit Determination as a Dividend from Attitude Sensors For Spin-Stabilized Satellites. Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences*, Foz do Iguaçu, Brasil. Vol XXI, fev., 1999, special Issue, pp.346-355.

- [2] KUGA, H. K. *Matriz de Transição do Movimentos Kepleriano Elíptico*. SJCampos, INPE, SP, Brasil, Jan., 1986. (INPE-3779-NTE/250) pp.13.

- [3] MENDEL, Jerry M., *Lessons in Estimation Theory for Signal Processing, Communications and Control*. New Jersey, USA. Editora Hall PTR, 1995, pp. 27-43.

- [4] PILCHOWSKI, H.U ; SILVA, W.C.C e FERREIRA, L.D.D. *Introdução à Mecânica Celeste*. SJCampos, INPE, Brasil, Jun., 1981. (INPE-COM.4/RPE) pp. 119.

- [5] PRADO, Antonio F.B.A. e KUGA, H.K. *Fundamentos de Tecnologia Espacial*. SJCampos, INPE, SP, Brasil, 2001, pp.9-14, 38-49, 65-79.

*Bolsista CNPq.