

## ÓRBITAS CONGELADAS: EFEITO DO ARRASTO ATMOSFÉRICO

**Paula Cristiane Pinto Raimundo**  
DMA – FEG – UNESP  
paula-cristiane@uol.com.br

**Hélio Koiti Kuga**  
DMC – INPE  
hkk@dem.inpe.br

**Rodolpho Vilhena de Moraes**  
DMA – FEG – UNESP  
rodolpho@feg.unesp.br

### 1. RESUMO

As chamadas órbitas congeladas, cuja teoria está sendo aplicada em missões espaciais, especialmente no satélite CBERS-1 (“China Brazil Earth Resources Satellite”) tentam manter o perigeu e a excentricidade da órbita constantes, de forma que para uma dada latitude o satélite passa sempre com a mesma altitude, para benefício dos usuários. Neste trabalho, as expressões devidas às perturbações causadas pelo arrasto atmosférico foram incluídas nas equações considerando os termos perturbadores de longo período devidas ao geopotencial até  $J_5$ , através da manipulação algébrica da teoria de Brouwer e Hori (1961). Este modelo foi codificado em computador, e o programa foi testado para várias situações sendo confrontado com dados reais existentes.

### 2. PALAVRAS CHAVES

Órbita congelada, Arrasto atmosférico, Geopotencial.

### 3. INTRODUÇÃO

A solução dada por Brouwer (1959), apesar de antiga, apresenta expressões analíticas explícitas, como funções do tempo, para a variação dos elementos orbitais. Isto permite efetuar com certa facilidade, para diversos tipos de órbitas e condições iniciais, a análise sobre o comportamento temporal dos elementos orbitais bem como obter ordens de grandeza para as perturbações devidas ao geopotencial. Na solução de Brouwer aparecem de forma explícita as expressões de longo período até termos da ordem dos coeficientes  $J_2$  e  $J_4$  do geopotencial. As expressões das perturbações fatoradas por  $J_3$  e  $J_5$  também podem ser obtidas, mas com um trabalho suplementar.

Uma forma explícita para as expressões de longo período da teoria de Brouwer que fornecem as perturbações devidas ao geopotencial até o termo  $J_5$  já foram obtidas (Raimundo et al., 2003). Estes termos dão origem às chamadas órbitas congeladas (“frozen orbits”), cuja teoria está sendo aplicada em missões espaciais, especialmente no satélite CBERS-1 (“China-Brazil Earth Resources Satellite”). No presente trabalho, foram

incluídas as perturbações devidas ao arrasto atmosférico. O desenvolvimento deste modelo permitiu analisar a influência do arrasto atmosférico nas previsões da evolução da órbita do CBERS-1 e de satélites similares (SPOT, Landsat, ERS e IRS).

No estudo da influência do arrasto atmosférico no movimento de satélites artificiais, vários modelos têm sido propostos para descrever a densidade atmosférica (Vilhena de Moraes, 1994). Geralmente quando modelos realísticos são utilizados para a densidade atmosférica, eles são sofisticados e dificultam a solução analítica das equações do movimento. Entretanto, o modelo proposto por Brouwer e Hori (1961) é conveniente para desenvolvimentos analíticos e fornece um bom indicativo para a ordem de grandeza da perturbação nos elementos orbitais; para o caso específico deste trabalho, os elementos considerados para as órbitas congeladas: argumento do perigeu e excentricidade.

#### **4. ARRASTO ATMOSFÉRICO**

Sabemos que o arrasto atmosférico depende da densidade do meio, da viscosidade do meio, de uma área de referência, da velocidade do corpo e da velocidade do som (da compressibilidade do meio). A força de arrasto, para um satélite artificial, é maior no perigeu da órbita em consequência da atmosfera mais densa neste local. O arrasto afeta a órbita de um satélite provocando a contração da mesma, isto devido ao fato de ele agir diretamente na excentricidade da órbita, tornando-a mais circular a cada período de revolução completo.

Como, para um satélite artificial, a área da secção transversal, sua velocidade, a densidade da atmosfera e o coeficiente de arrasto variam constantemente, torna-se difícil o modelamento do arrasto. Existem vários modelos de arrasto, porém neste trabalho, utilizamos o Modelo de Brouwer e Hori (1961), sendo suposto que a densidade atmosférica diminui a uma razão constante à medida que a altitude do satélite aumenta.

#### **5. A SOLUÇÃO DE BROUWER E HORI**

A teoria de Brouwer e de Hori (Brouwer and Hori, 1961) supõe que a densidade atmosférica diminui exponencialmente à medida que a altitude do satélite aumenta. Um modelo exponencial esférico da atmosfera é então tomado junto com a lei do quadrado da velocidade na aceleração de arrasto. A rotação atmosférica é omitida. Transformações canônicas para sistemas não canônicos foram usadas, mostrando-se um instrumento muito poderoso, tanto no problema de sistemas não conservativos como no problema do arrasto. Um dos principais efeitos da união entre a não esfericidade da Terra e o arrasto é o aparecimento de termos de acoplamento, termos seculares e termos de longo período, produzidos por termos de curto período do problema sem o arrasto. Isto ocorre porque o arrasto é uma força não conservativa que será incluída ao sistema de forças conservativas, que derivam de um potencial, como o geopotencial por exemplo. Termos de Poisson, espúrios, da teoria de Brouwer e Hori também devem ser eliminados (Fitzgibbon e Vilhena de Moraes, 1987).

## 5. METODOLOGIA UTILIZADA

Seguindo o desenvolvimento sugerido por Brouwer e Hori, as seguintes expressões são obtidas para as equações que fornecem os termos devidos ao arrasto atmosférico relativos às variações temporais da excentricidade e do argumento do perigeu:

$$\begin{aligned}
 \dot{e} = & -\frac{3nJ_2R_T^2}{a^2(1-e^2)^2} \left(1 - \frac{5}{4} \sin^2 i\right) \left[ \frac{J_3R_T}{2J_2a} \operatorname{sen} i + \frac{5}{32} \frac{J_5R_T^3}{J_2a^3(1-e^2)^3} \times \right. \\
 & \left. \times (4 + 3e^2) \operatorname{sen} i \left( \frac{1 - 9 \cos^2 i - 24 \cos^4 i}{1 - 5 \cos^2 i} \right) \right] \cos \omega + \\
 & + \frac{1-e^2}{e\sqrt{\mu a}} (-A\mu \exp(-\alpha a)) \times \left\{ \left[ 1 + \left( \frac{3}{4} \alpha a + \frac{1}{4} \alpha^2 a^2 \right) e^2 + \right. \right. \\
 & \left. \left. + \left( \frac{21}{64} + \frac{3}{8} \alpha a + \frac{9}{32} \alpha^2 a^2 + \frac{1}{8} \alpha^3 a^3 + \frac{1}{64} \alpha^4 a^4 \right) e^4 \right] + \right. \\
 & + \frac{J_2R_T^2}{2a^2(1-e^2)^2} \left( \frac{3}{2} - \frac{3}{2} \cos^2 i \right) \left[ \left( \frac{1}{2} + \frac{7}{8} \alpha a + \frac{1}{4} \alpha^2 a^2 - \frac{1}{24} \alpha^3 a^3 \right) e^2 + \right. \\
 & \left. + \left( \frac{21}{256} - \frac{93}{256} \alpha a + \frac{27}{128} \alpha^2 a^2 + \frac{39}{128} \alpha^3 a^3 - \frac{65}{768} \alpha^4 a^4 - \frac{1}{256} \alpha^5 a^5 \right) e^4 \right] \cos 2\omega + \\
 & + \frac{J_2R_T^2}{2a^2(1-e^2)^2} \left[ \frac{1}{8} \left( 1 - 11 \cos^2 i - \frac{40 \cos^4 i}{1 - 5 \cos^2 i} \right) - \frac{5J_4}{24J_2^2} \left( 1 - 3 \cos^2 i - \frac{8 \cos^4 i}{1 - 5 \cos^2 i} \right) \right] \times \\
 & + \left[ \left( \frac{3}{2} + 2\alpha a + \frac{1}{2} \alpha^2 a^2 \right) e^2 + \left( -\frac{3}{16} - \frac{1}{2} \alpha a + \frac{5}{8} \alpha^2 a^2 + \frac{1}{2} \alpha^3 a^3 + \frac{1}{16} \alpha^4 a^4 \right) e^4 \right] \cos 2\omega \left. \right\} - \\
 & - \frac{1}{e} \sqrt{\frac{1-e^2}{\mu a}} (-A\mu \exp(-\alpha a)) \times \left\{ \sqrt{1-e^2} \times \right. \\
 & \times \left[ 1 + \left( -\frac{1}{4} + \frac{1}{4} \alpha^2 a^2 \right) e^2 + \left( -\frac{3}{64} - \frac{3}{32} \alpha^2 a^2 + \frac{1}{64} \alpha^4 a^4 \right) e^4 \right] + \\
 & + \frac{J_2R_T^2}{2a^2(1-e^2)^{3/2}} \left( \frac{3}{2} - \frac{3}{2} \cos^2 i \right) \left[ \left( \frac{1}{6} + \frac{17}{24} \alpha a + \frac{5}{12} \alpha^2 a^2 - \frac{1}{24} \alpha^3 a^3 \right) e^2 + \right. \\
 & \left. + \left( -\frac{179}{768} - \frac{7}{768} \alpha a - \frac{133}{384} \alpha^2 a^2 + \frac{311}{1152} \alpha^3 a^3 + \frac{95}{2304} \alpha^4 a^4 - \frac{1}{256} \alpha^5 a^5 \right) e^4 \right] \cos 2\omega + \\
 & + \frac{J_2R_T^2}{2a^2(1-e^2)^2} \left[ \frac{1}{8} \left( 1 - 11 \cos^2 i - \frac{40 \cos^4 i}{1 - 5 \cos^2 i} \right) - \frac{5J_4}{24J_2^2} \left( 1 - 3 \cos^2 i - \frac{8 \cos^4 i}{1 - 5 \cos^2 i} \right) \right] \times \\
 & + \left[ \left( -\frac{5}{2} + 2\alpha a + \frac{1}{2} \alpha^2 a^2 \right) e^2 + \left( \frac{1}{16} - \frac{5}{4} \alpha a - \frac{9}{8} \alpha^2 a^2 + \frac{1}{4} \alpha^3 a^3 + \frac{1}{16} \alpha^4 a^4 \right) e^4 \right] \cos 2\omega \left. \right\}
 \end{aligned}$$

(1)

$$\begin{aligned}
\dot{\omega} = & \frac{3nJ_2R_T^2}{a^2(1-e^2)^2} \left(1 - \frac{5}{4} \text{sen}^2 i\right) \left\{ 1 + \frac{J_3R_T}{2J_2a(1-e^2)} \times \left( \frac{\text{sen}^2 i - e^2 \cos^2 i}{e \text{sen} i} \right) \text{sen} \omega + \right. \\
& + \frac{J_5R_T^3}{J_2a^3(1-e^2)^3} \left\{ \frac{5}{64} \left[ \left( \frac{(1-e^2)\text{sen} i}{e} - \frac{e \cos^2 i}{\text{sen} i} \right) \times (4 + 3e^2) + e \text{sen} i (26 + 9e^2) \right] \times \right. \\
& \times \left( 1 - 9 \cos^2 i - \frac{24 \cos^4 i}{1 - 5 \cos^2 i} \right) - \frac{15}{32} e \cos^2 i \times \text{sen} i (4 + 3e^2) \times \\
& \times \left. \left( 3 + \frac{16 \cos^2 i}{1 - 5 \cos^2 i} + \frac{40 \cos^4 i}{(1 - 5 \cos^2 i)^2} \right) \right\} \text{sen} \omega \left. \right\} + A \frac{J_2R_T^2}{2a^2(1-e^2)^2} \left( \frac{\mu}{a} \right)^{1/2} \exp(-\alpha a) \times \\
& \times \left[ -\frac{1}{e^2} \left( \frac{3}{2} - \frac{3}{2} \cos^2 i \right) \left[ \frac{1}{2} + \left( -\frac{1}{24} + \frac{11}{12} \alpha a + \frac{5}{24} \alpha^2 a^2 \right) e^2 + \right. \right. \\
& + \left. \left( -\frac{1583}{768} - \frac{233}{128} \alpha a - \frac{3}{8} \alpha^2 a^2 + \frac{143}{128} \alpha^3 a^3 + \frac{13}{2304} \alpha^4 a^4 \right) e^4 \right] + \\
& + \frac{1}{e^2(1-e^2)} \left( \frac{3}{2} - \frac{3}{2} \cos^2 i \right) \left[ \frac{1}{2} + \left( \frac{1}{8} + \frac{3}{4} \alpha a + \frac{1}{8} \alpha^2 a^2 \right) e^2 + \right. \\
& + \left. \left( -\frac{667}{768} - \frac{95}{192} \alpha a + \frac{241}{384} \alpha^2 a^2 + \frac{49}{576} \alpha^3 a^3 + \frac{11}{2304} \alpha^4 a^4 \right) e^4 \right] - \\
& - \left( \frac{3}{2} - \frac{3}{2} \cos^2 i \right) \left[ \frac{1}{2} + \left( \frac{31}{24} + \frac{19}{12} \alpha a + \frac{1}{24} \alpha^2 a^2 \right) e^2 + \right. \\
& + \left. \left( -\frac{187}{768} + \frac{49}{192} \alpha a + \frac{123}{128} \alpha^2 a^2 + \frac{97}{576} \alpha^3 a^3 - \frac{5}{2304} \alpha^4 a^4 \right) e^4 \right] - \\
& - (3 - \cos^2 i) \left[ \left( -\frac{5}{8} + \frac{1}{4} \alpha a + \frac{1}{8} \alpha^2 a^2 \right) e^2 + \right. \\
& + \left. \left( -\frac{3}{32} - \frac{3}{16} \alpha a - \frac{5}{16} \alpha^2 a^2 + \frac{3}{16} \alpha^3 a^3 + \frac{1}{96} \alpha^4 a^4 \right) e^4 \right] + \\
& + \left[ \frac{1}{8} \left( 1 - 11 \cos^2 i - \frac{40 \cos^4 i}{1 - 5 \cos^2 i} \right) - \frac{5J_4}{24J_2^2} \left( 1 - 3 \cos^2 i - \frac{8 \cos^4 i}{1 - 5 \cos^2 i} \right) \right] \times \\
& \times \left[ 4 + (-1 + \alpha^2 a^2) e^2 + \left( -\frac{3}{16} - \frac{3}{8} \alpha^2 a^2 + \frac{1}{16} \alpha^4 a^4 \right) e^4 \right] \times \\
& \times \left[ \frac{1}{8} \left( 1 - 33 \cos^2 i - \frac{200 \cos^4 i}{1 - 5 \cos^2 i} - \frac{200 \cos^6 i}{(1 - 5 \cos^2 i)^2} \right) - \right. \\
& - \frac{5J_4}{24J_2^2} \left( 1 - 9 \cos^2 i - \frac{40 \cos^4 i}{1 - 5 \cos^2 i} - \frac{80 \cos^6 i}{(1 - 5 \cos^2 i)^2} \right) \left. \right] \times \\
& \times \left[ (1 - \alpha a) e^2 + \left( \frac{1}{8} + \frac{5}{8} \alpha a + \frac{1}{8} \alpha^2 a^2 - \frac{1}{8} \alpha^3 a^3 \right) e^4 \right] \left. \right\} \text{sen} 2\omega
\end{aligned}$$

As expressões (1) já foram adaptadas a partir do artigo de Brouwer e Hori e acrescentadas às equações que fornecem os termos seculares e os de longo período, obtidas até a ordem de J5, a partir da teoria de Brouwer (1959).

No artigo de Brouwer e Hori está também apresentada uma técnica para obter um desenvolvimento convergente rápido de uma exponencial com coeficientes negativos muito grandes em valor absoluto, como é o caso do modelo exponencial para a densidade, e que foi utilizado para obtenção das expressões (1).

Brouwer e Hori usaram expansão em série de Taylor para  $\exp(-\alpha ax)$ , em que  $\alpha$  é o coeficiente do raio vetor no modelo exponencial da atmosfera,  $a$  é o semi-eixo maior da órbita e  $x = \left(\frac{r}{a}\right) - 1$ . Como a expansão não é eficaz quando  $|\alpha ax|$  assume valores muito maiores que a unidade, eles sugeriram a seguinte aproximação:

$$\exp(-\theta) = A_0 - A_1\theta + \frac{A_2}{2}\theta^2 - \frac{A_3}{6}\theta^3 + \frac{A_4}{24}\theta^4 - \frac{A_5}{120}\theta^5$$

em que os coeficientes  $A_j$  podem ser determinados pelo método dos mínimos quadrados quando os limites de  $\theta$  são conhecidos.

Esta aproximação apresentada para  $\exp(-\theta)$  em função de  $\theta$  é mais convergente que o desenvolvimento em série de Taylor se  $\theta$  for limitado por uma série dada. Tal aproximação foi utilizada neste trabalho.

As equações (1) foram analisadas através de um modelo codificado em computador, em linguagem Fortran, para excentricidade valendo, para o CBERS1, 0.00119 e argumento do perigeu variando desde 92° até 130°. Os dados obtidos como resultado foram plotados com o auxílio do editor de gráficos MS-Excel, para que se pudesse entender o efeito do arrasto nas órbitas congeladas. No caso deste trabalho, procedemos a uma análise mais detalhada dos valores iniciais de argumento do perigeu que realmente nos interessam: aproximadamente 92°, valor típico para satélites com controle do argumento do perigeu; e 100°, valor máximo prático para manutenção de características de órbita congelada.

Analisamos, separadamente, a influência do arrasto nos termos cuja perturbação tinha a ordem de grandeza somente de J3 e naqueles em que estão incluídas as perturbações da ordem de grandeza de J5. Esta análise baseou-se nos resultados obtidos da codificação em computador, em linguagem Fortran, das expressões incluindo os termos apenas até J3 e daquelas incluindo os termos até J5, sendo que tais expressões foram extraídas das equações (1).

Também foram utilizados, na obtenção dos dados utilizados para a elaboração dos gráficos que serão apresentados a seguir, valores de fluxo solar F10.7 (padrão para medida do fluxo solar) de 150; de 200; e de 250. Estes valores de fluxo solar indicam atividade solar moderada (150), intensa (200) e máxima (250), que se traduzem em densidades atmosféricas incrementadas e, por conseqüência, em efeitos do arrasto atmosférico maiores.

Os resultados da comparação da influência do arrasto atmosférico nos termos somente até J3 e nos termos até J5, bem como para os diversos valores de fluxo solar considerados serão apresentados a seguir.

## 6. RESULTADOS E CONTRIBUIÇÕES EFETUADAS

Incluir os termos perturbadores devidos ao arrasto atmosférico indica que esperamos obter maior precisão dos elementos congelados argumento do perigeu e excentricidade, ou seja, esperamos, antes de tudo, uma maior capacidade de previsão na variação destes elementos, quando comparadas à variação incluindo somente os termos relacionados às perturbações devidas ao geopotencial até J5 e até J3, que foram objeto de um trabalho anterior a este.

A seguir, serão mostrados os gráficos com as curvas obtidas para diversas condições iniciais do argumento do perigeu (desde  $92^\circ$  até  $130^\circ$ ) e para valores distintos de fluxo solar, a fim de fazer apenas uma análise qualitativa dos efeitos deste no arrasto atmosférico, visto que interfere no arrasto a que o satélite está sujeito. A elaboração destes gráficos foi baseada nos dados obtidos como resultado da codificação em computador, em linguagem Fortran, das equações (1).

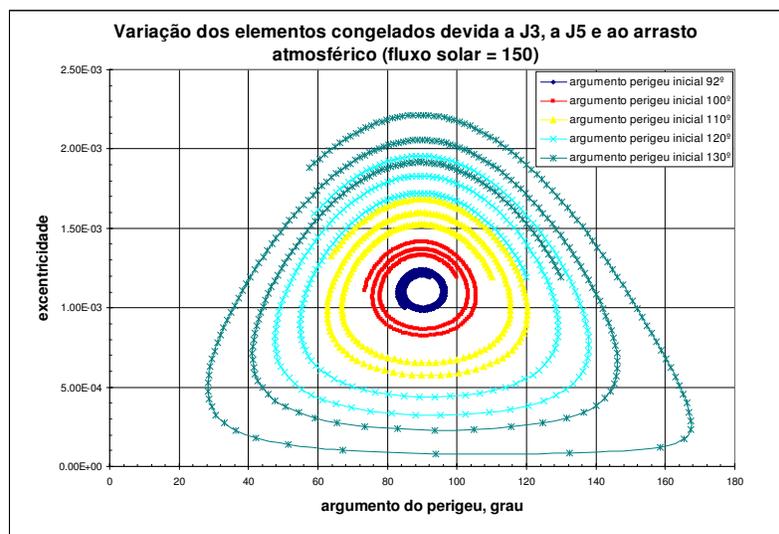


Gráfico 1 – Variação dos elementos congelados incluindo as perturbações devidas ao arrasto atmosférico para valor de fluxo solar de 150.

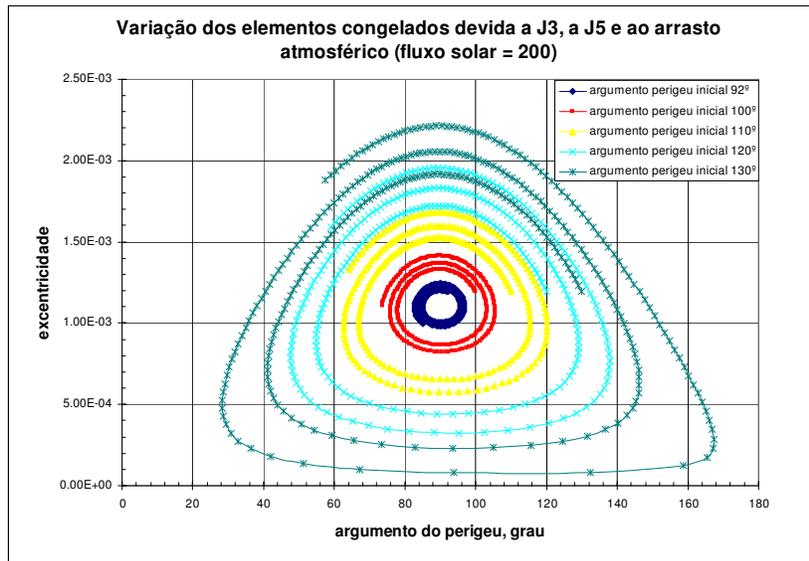


Gráfico 2 – Variação dos elementos congelados incluindo as perturbações devidas ao arrasto atmosférico para valor de fluxo solar de 200.

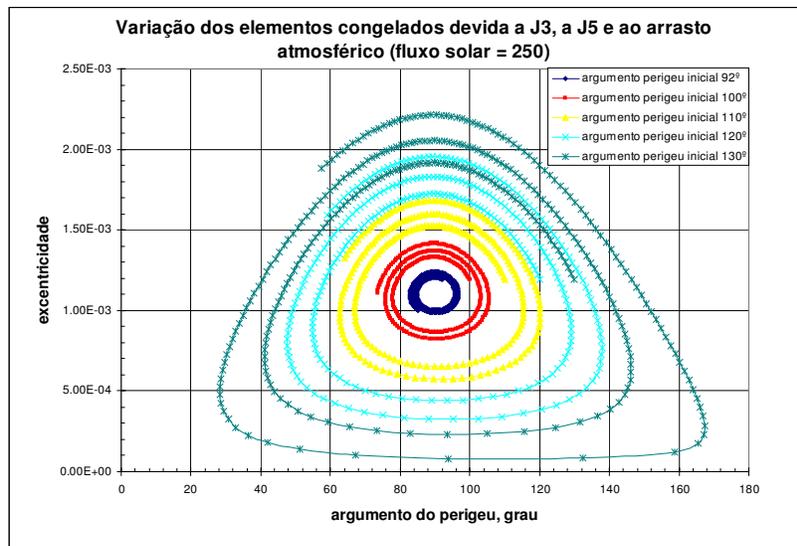


Gráfico 3 – Variação dos elementos congelados incluindo as perturbações devidas ao arrasto atmosférico para valor de fluxo solar de 250.

Os gráficos 1, 2 e 3 mostram a evolução do satélite CBERS-1 (China Brazil Earth Satellite Resources) e foram obtidos para os seguintes valores dos elementos orbitais do referido satélite, para uma dada data ([www.dem.inpe.br](http://www.dem.inpe.br)).

Pela análise dos gráficos é razoavelmente perceptível que as curvas dos Gráficos 1, 2 e 3 têm menor amplitude de variação para os elementos congelados “ $\omega$ ” e “ $e$ ” que as curvas obtidas sem a inclusão do arrasto. Como só a análise gráfica não é suficiente para assegurarmos que o acréscimo do arrasto atmosférico é significativo, principalmente em relação a influência do J3 e J5, fizemos uma tabela, a partir das planilhas dos dados gerados para a obtenção dos gráficos. Esta tabela indica as amplitudes máximas de variação do argumento do perigeu e da excentricidade quando comparamos as perturbações devidas ao geopotencial até o termo em J3 com as perturbações devidas a J3 e ao arrasto atmosférico e quando comparamos as perturbações

devidas ao geopotencial até o termo em J5 com as perturbações devidas a J5 e ao arrasto atmosférico para aqueles valores iniciais de argumento do perigeu citados que realmente interessam para este trabalho (92° e 100°). Por esta tabela, percebe-se que as amplitudes diminuem (em valores numéricos) quando são incluídas as perturbações devidas ao arrasto atmosférico. E mais, percebe-se ainda que existe uma pequena diferença entre as amplitudes de variação para os diferentes valores de fluxo solar considerados, fato imperceptível pela análise dos gráficos.

Argumento do perigeu inicial	Fluxo solar	J3 e J3+arrasto		J3J5 e J3J5+arrasto	
		$\Delta e$ máximo	$\Delta \omega$ máximo (°)	$\Delta e$ máximo	$\Delta \omega$ máximo (°)
92°	150	1.731E-06	1.976E-01	1.428E-06	1.419E-01
	200	1.729E-06	1.974E-01	1.427E-06	1.418E-01
	250	1.728E-06	1.973E-01	1.426E-06	1.417E-01
100°	150	3.613E-06	2.722E-01	3.417E-06	2.166E-01
	200	3.609E-06	2.719E-01	3.413E-06	2.163E-01
	250	3.607E-06	2.717E-01	3.411E-06	2.162E-01

**Tabela 1 – Desvios máximos dos elementos congelados quando se comparam as perturbações devidas ao geopotencial até o termo em J3 com as devidas a J3 e ao arrasto atmosférico e as perturbações devidas ao geopotencial até o termo em J5 com as devidas a J5 e ao arrasto atmosférico.**

Para ilustrar a Tabela 1, foram construídos os gráficos das amplitudes de variação, representadas pela letra “ $\Delta$ ” (delta maiúscula), tanto do argumento do perigeu quanto da excentricidade, em função do tempo e separados um do outro, comparando estas curvas de amplitude de variação para os dois valores iniciais do argumento do perigeu que nos interessam realmente (92° e 100°) e considerando, novamente, os valores de fluxo solar de 150, 200 e 250.

Conforme já foi dito, somente a análise da Tabela 1 mostra explicitamente que existe uma diferença quando se varia o valor do fluxo solar, pois pelos gráficos, é praticamente imperceptível tal variação de amplitude. Os 12 gráficos construídos mostraram a amplitude de variação dos elementos congelados “ $\omega$ ” e “ $e$ ” quando a perturbação devida ao arrasto atmosférico é considerada para diferentes valores de fluxo solar, tanto para perturbações devidas ao geopotencial incluindo apenas os termos até J3 quanto para perturbações incluindo os termos até J5.

Por tais gráficos, notamos os efeitos no tempo do arrasto atmosférico na excentricidade e no argumento do perigeu. Notamos uma componente secular e uma componente de longo período, cujo perfil é senoidal com envoltória exponencial. O Gráfico 6 ilustrará estes efeitos para o modelo do geopotencial incluindo J3 e J5, com fluxo solar 250 refletindo intensa atividade solar, e condições iniciais de 92° e 100° para o argumento do perigeu. Esse comportamento secular somado ao perfil senoidal com envoltória exponencial faz com que o ciclo

“ $\omega$ ” por “ $e$ ” aumente em amplitude, embora graficamente isto não seja facilmente perceptível.

Notamos ainda que o arrasto ao fim de cerca de 2,5 ciclos de longo período (300 dias) aumentou secularmente o argumento do perigeu aproximadamente  $0,05^\circ$ . As amplitudes de longo período entretanto aumentaram de  $0,08^\circ$  a  $0,15^\circ$  e de  $0,10^\circ$  a  $0,25^\circ$ , para condições iniciais do argumento do perigeu de  $92^\circ$  e  $100^\circ$  (veja o Gráfico 7).

Para a excentricidade, o arrasto ao fim deste mesmo período diminuiu secularmente de  $0,4 \times 10^{-6}$ , aproximadamente. As amplitudes aumentaram de  $0,8 \times 10^{-6}$  a  $1,8 \times 10^{-6}$  e de  $1,0 \times 10^{-6}$  a  $3,4 \times 10^{-6}$ , para as condições iniciais do argumento do perigeu de  $92^\circ$  e  $100^\circ$ . Lembrando que a excentricidade nominal é de 0,0011, este efeito é de cerca de 1 parte em 1000, e pode se tornar relevante a longo prazo.

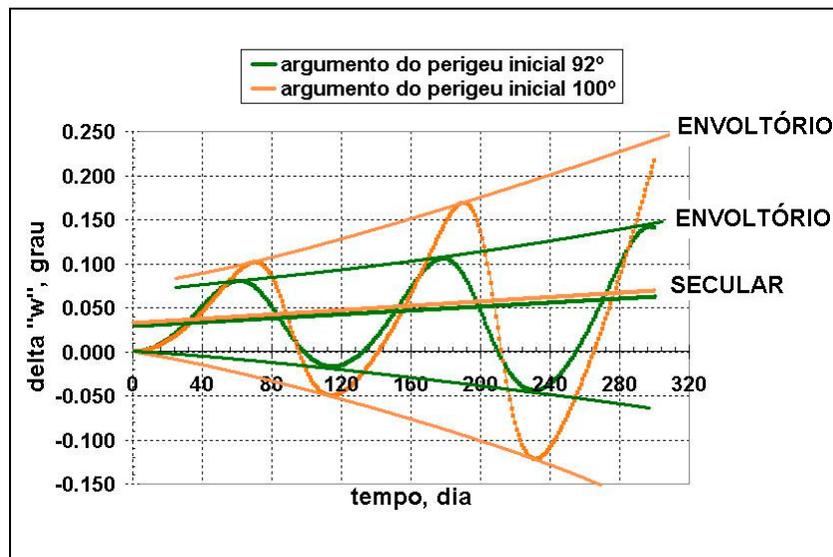


Gráfico 18 - Componentes seculares e de longo período com sua envoltória.

## 7. CONCLUSÕES

No estudo da influência do arrasto atmosférico no movimento de satélites artificiais, vários modelos têm sido propostos para descrever a densidade atmosférica (Vilhena de Moraes, 1994). Geralmente quando modelos realísticos são utilizados para a densidade atmosférica, eles são sofisticados e dificultam a solução analítica das equações do movimento. Entretanto, o modelo proposto por Brouwer e Hori (1961), no qual este trabalho foi baseado para obtenção das perturbações relacionadas ao arrasto, é conveniente para desenvolvimentos analíticos e fornece um bom indicativo para a ordem de grandeza da perturbação nos elementos orbitais; para o caso específico deste trabalho, os elementos considerados para as órbitas congeladas: argumento do perigeu e excentricidade.

Ao incluir os termos devidos às perturbações do arrasto atmosférico, o que se pretendia era a melhora na precisão da previsão dos elementos congelados argumento do perigeu e excentricidade, fato que se verificou nos diversos testes e gráficos. Ou seja, obtivemos um modelo em que as expressões das perturbações causadas pelo

arrasto atmosférico estivessem presentes e que fosse coerente com o que se espera quando há o aumento da precisão, que é a diminuição dos erros.

As menores amplitudes quando se inclui o arrasto permitem uma maior precisão na previsão dos elementos congelados “ $\omega$ ” e “ $e$ ”, o que significa maior precisão não só no cálculo da manobra, mas também na previsão da manobra, fato este que contribuirá para um melhor desempenho nas operações do Centro de Controle de Satélites do INPE.

Constatou-se que o arrasto atmosférico introduz uma componente secular e uma componente de longo período com perfil senoidal, mas de amplitude com envoltório exponencialmente crescente. O fato de se levar em conta ou não o arrasto atmosférico mostrou ter impacto relevante em longos períodos de tempo. No caso do satélite CBERS-1, em 2,5 ciclos de argumento do perigeu por excentricidade, para atividade solar máxima, o efeito no argumento do perigeu foi de até  $0,25^\circ$  e de até  $3,4 \times 10^{-6}$  na excentricidade da órbita congelada.

As equações da teoria de Brouwer e Hori desenvolvidas para manutenção de órbitas congeladas mostraram uma carga computacional adicional pequena, o que pode justificar sua inclusão nas atividades de operação do Centro de Controle de Satélites do INPE.

## **8. AGRADECIMENTOS**

Os autores gostariam de expressar seus sinceros agradecimentos ao suporte fornecido pelo CNPq (Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico) e pelo INPE (Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais).

## **9. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

- Brouwer, D.: “Solution of the Problem of an Artificial Satellite, Theory without Drag”, *Astronomical Journal*, 64, nº 9, pp. 378-397, 1959.
- Brouwer, D. and Hori, G. I.: “Theoretical Evaluation of Atmospheric Drag Effects in the Motion of an Artificial Satellite”, *The Astronomical Journal*, 66, nº 5, pp. 203-205, 212-213, 264-265, 1961.
- Fitzgibbon, M. T. R. and Vilhena de Moraes, R.: *An Analytical Theory on the Disturbed Motion of an Artificial Earth Satellite*, *The Journal of Astronautical Sciences*, Vol. 35, nº 2, pp. 235-244, 1987.
- Raimundo, P. C. P., Kuga, H. K. and Vilhena de Moraes, R.: *Frozen Orbits*, *Advance in Space Dynamics* 3, INPE, 2003 (submetido).
- Vilhena de Moraes R.: *Non Gravitational Disturbing Forces*, *Adv. Space Research*, Vol. 14, nº 5, pp. 45-68, 1994.