

MINISTÉRIO DA CIÊNCIA E TECNOLOGIA
INSTITUTO NACIONAL DE PESQUISAS ESPACIAIS

INPE-5655-PRE/1830

DETERMINAÇÃO DA PRÉ-CARGA DE MANCAIS DE ESFERAS DE CONTATO
ANGULAR POR MEIO DA ANÁLISE DO MANCAL NA DIREÇÃO AXIAL

Petrônio Noronha de Souza

Aceito para apresentação no Congresso Brasileiro, 13.,
Congresso Ibero Americano de Engenharia Mecânica, 2., Belo
Horizonte, 12-15 dez. 1995

INPE
SÃO JOSÉ DOS CAMPOS
1995

DETERMINAÇÃO DA PRÉ-CARGA DE MANCAIS DE ESFERAS DE CONTATO ANGULAR POR MEIO DA ANÁLISE DA VIBRAÇÃO DO MANCAL NA DIREÇÃO AXIAL

Petrônio Noronha de Souza
Divisão de Mecânica Espacial e Controle - DMC
Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais - INPE

RESUMO

Neste trabalho é apresentado um método que permite determinar o valor da pré-carga, da rigidez e do amortecimento estrutural de um mancal de rolamentos de esferas. A parte teórica consiste no uso de um modelo para o cálculo da frequência natural de vibração axial com base na rigidez e no valor da massa girante. A parte experimental vem em seguida quando o mancal é instrumentado e submetido a um teste de vibração no qual o valor desta frequência é determinado e o do amortecimento estimado. O modelo teórico é então ajustado aos dados experimentais para determinar a pré-carga do mancal.

INTRODUÇÃO

Diversos mecanismos utilizados na indústria aeroespacial possuem como elemento de suspensão um mancal de rolamentos de esferas de contato angular (ou rolamentos radiais de esferas) em montagem "back-to-back". Como exemplo destes componentes, podem ser citados os giroscópios convencionais, a maioria das rodas de reação e volantes de inércia e também dos sensores de horizonte. A rigidez e a confiabilidade (o que envolve a correta lubrificação) destes mancais dependem de vários fatores sendo que um deles é a pré-carga. A sua correta especificação durante a fase de projeto e a sua aplicação precisa durante a fase de montagem apresentam uma série de dificuldades, entre elas o desconhecimento prévio do comportamento dinâmico do mancal (frequências naturais e amortecimento), e a dificuldade na medição do deslocamento axial sofrido pelos anéis dos rolamentos durante a montagem, se esta for a técnica adotada para a determinação da pré-carga.

Neste trabalho é apresentada uma técnica que permite a determinação do valor da pré-carga, da rigidez e do amortecimento estrutural do mancal durante e/ou após sua montagem. A parte teórica consiste no uso de um modelo para o cálculo da frequência natural de vibração axial com base na rigidez e no valor da massa girante. A parte experimental vem em seguida quando o mancal é instrumentado e submetido a um teste de vibração no qual o valor desta frequência é determinado. Este valor é, em seguida, comparado com o teórico de forma a verificar se a pré-carga real encontra-se ou não dentro da faixa de tolerância especificada.

Esta técnica também é útil para a determinação do fator de amortecimento estrutural do mancal. Isto é feito por meio da medição da amplitude da resposta ressonante. Com ele, com a rigidez, a massa girante e o perfil de vibração ao qual o mancal será submetido durante a fase de testes e lançamento é possível saber, por meio de simulações se: (a) a carga de alívio do mancal será ou não ultrapassada e de quanto; (b) se a pré-carga especificada é adequada; e (c) se o carregamento estático aplicado nas pistas dos rolamentos durante a ressonância irá ou não superar os limites estabelecidos pelo fabricante, o que pode comprometer a vida dos rolamentos e o desempenho do mancal.

Para exemplificar o uso da técnica descrita, são apresentados os resultados da sua aplicação para o caso do mancal do modelo de qualificação do Experimento Roda de Reação - ERR (equipamento que integra o Satélite Brasileiro

de Coleta de Dados 2 - SCD2). Este mancal é constituído por dois rolamentos de contato angular em montagem "back-to-back" que são montados utilizando uma pré-carga rígida, ou seja, não existem elementos flexíveis como molas para aplicar a pré-carga (Fig. 1).

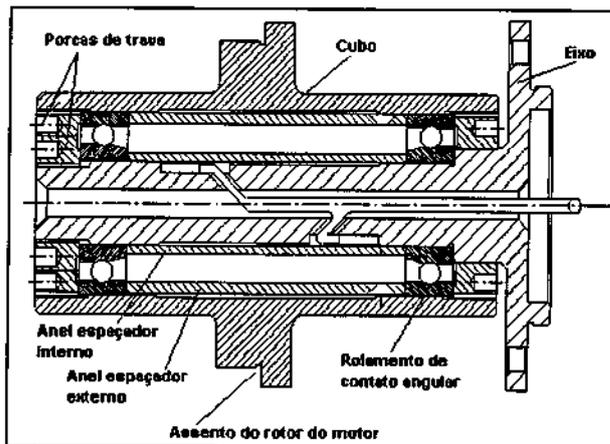


Figura 1: Mancal do Experimento Roda de Reação.

DETERMINAÇÃO DA RIGIDEZ AXIAL DO MANCAL

A rigidez axial de rolamentos deste tipo é calculada em função do material utilizado, da geometria das pistas, do número de corpos girantes (esferas no caso), da pré-carga inicial e da folga interna do rolamento (Hamrock & Anderson 1983).

De posse das características de rigidez de um único rolamento, é possível determinar como o par montado deve se comportar sob o efeito de uma carga externa axial. A rigidez composta dos dois rolamentos (que não é a soma da rigidez de cada um deles) constitui o valor a ser utilizado no cálculo da frequência natural de vibração do mancal.

Um outro parâmetro que é calculado simultaneamente é a carga de alívio do mancal. Trata-se daquela carga axial externa que faz com que um dos rolamentos do par seja descarregado, ou seja, esteja prestes a deixar suas esferas completamente soltas. Esta carga é normalmente tida como um valor limite para o carregamento axial do mancal. Ultrapassá-la quando em operação pode significar dano para o mancal.

A rigidez axial do mancal é obtida determinando-se: (a) o ângulo de contato em função da carga axial atuante em um

único rolamento; (b) a deformação axial de um único rolamento em função da carga axial; e (c) a deformação axial do mancal completo em função da carga externa nele aplicada.

Para o caso de um rolamento de esferas de contato angular operando a uma velocidade na qual os efeitos centrífugos podem ser desprezados, a determinação do ângulo de contato em função da carga axial (passo (a)) segue um procedimento já consolidado na literatura, que não será aqui repetido (Hamrock & Anderson 1983). Os dados necessários para o cálculo são em sua maioria extraídos do catálogo do rolamento embora dados como as conformidades das pistas tenham que ser medidos ou estimados por outros métodos. São eles: diâmetro (d) e número de esferas (n), passo diametral do rolamento (d_i), ângulo de contato inicial (β_0), módulos de elasticidade (E) e Poisson (ν) dos materiais das pistas e das esferas, e as conformidades dos contatos interno (f_i) e externo (f_o). O resultado final é uma tabela de ângulos de contato (β) em função da carga axial nele aplicada.

O passo seguinte (b) determina a deformação axial de um único rolamento por meio da equação:

$$\delta_i = \frac{(f_o + f_i - 1) d \sin(\beta - \beta_0)}{\cos \beta} \quad (1)$$

na qual o ângulo de contato β é uma função da carga axial.

O passo final (c) parte da situação em que o mancal está montado e os rolamentos já pré-carregados possuem uma deformação axial δ_p fruto de uma pré-carga F_p . O mancal é então submetido a uma carga axial externa, que pode ser estática ou dinâmica. Esta carga faz com que um dos rolamentos do par seja sobrecarregado e o outro seja descarregado. O rolamento sobrecarregado passa a ter uma deformação axial igual a $\delta_p + \delta$ causada por uma carga axial $F_1 > F_p$. A deformação do outro rolamento do par vale então $\delta_p - \delta$ e é causada por uma outra carga axial $F_2 < F_p$. A carga axial líquida aplicada no mancal é dada então por $F = F_1 - F_2$. Harris (1984) descreve em detalhe o procedimento acima. O resultado da análise é uma relação entre a carga axial externa e o deslocamento relativo entre o cubo e o eixo, o que permite calcular a rigidez axial do mancal.

A Fig. 2 traz a curva de deformação em função do carregamento axial para o rolamento utilizado no mancal em estudo. Trata-se do rolamento de contato angular 6062 de qualidade ISO P4 fabricado em aço AISI 440C com as seguintes características: $d = 4,762$ mm; $n = 11$; $d_i = 23,5$ mm; $\beta_0 = 13^\circ$; $E = 2 \times 10^{12}$ Pa; $\nu = 0,3$; $f_i = 0,518$; $f_o = 0,532$ e pré-carga sólida igual a 70 N.

O resultado final desta análise é o valor da rigidez axial do mancal (25,8 N/ μ m) e da sua carga de alívio (253 N). A rigidez resultante para este tipo de mancal é virtualmente constante desde a carga axial zero até a carga de alívio, que se situa na faixa de 3 a 4 vezes a sua pré-carga.

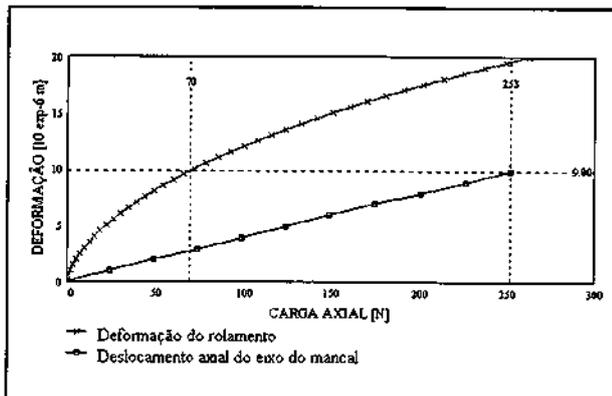


Figura 2: Deformação axial do rolamento e deslocamento axial do eixo do mancal.

A Fig. 2 também traz a curva de rigidez além de indicar a deformação axial máxima tolerada e a carga de alívio.

DETERMINAÇÃO DA RESPOSTA EM FREQUÊNCIA DO MANCAL NA DIREÇÃO AXIAL

O sistema dinâmico constituído pelo mancal apresenta dois modos fundamentais de vibração. O primeiro deles é aquele devido ao movimento relativo axial entre o cubo e o eixo graças à flexibilidade axial dos rolamentos, que é o tema deste trabalho. O segundo modo é o devido à vibração do eixo como viga engastada em uma extremidade. Outros modos possíveis são devidos ao movimento radial relativo entre o cubo e o eixo graças à flexibilidade radial dos rolamentos. Estes casos não são considerados neste trabalho. A Fig. 3 traz um modelo dinâmico do mancal. Nele, os rolamentos são substituídos por barras dotadas de flexibilidade e amortecimento.

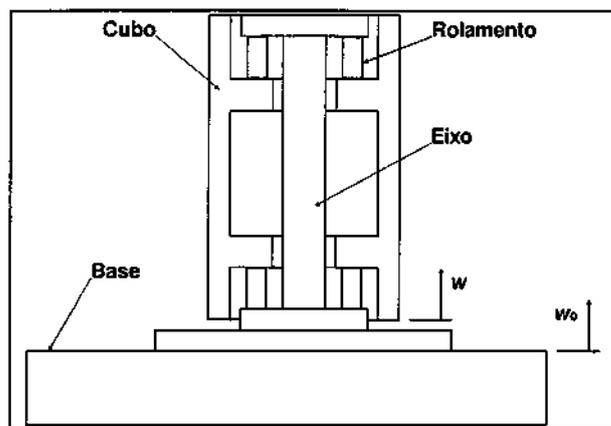


Figura 3: Modelo dinâmico do mancal.

Considerando um sistema de um grau de liberdade que é excitado pela base e que conta com uma massa girante (m), uma constante de mola (k) e um coeficiente de amortecimento (c), seu movimento pode ser expresso pela seguinte equação (Thomson 1981):

$$m \ddot{w} + c(\dot{w} - \dot{w}_0) + k(w - w_0) = 0 \quad (2)$$

onde o movimento da base é medido pela coordenada w_0 e o movimento da massa é dado pela coordenada w . Para o caso de uma excitação senoidal, a razão de amplitudes do movimento da base e do mancal é dada por:

$$\frac{W}{W_0} = \sqrt{1 + \left(2\zeta \frac{\omega}{\omega_n}\right)^2 / \left\{ \left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2\right]^2 + \left(2\zeta \frac{\omega}{\omega_n}\right)^2 \right\}} \quad (3)$$

na qual $\omega_n = \sqrt{k/m}$, $\zeta = c/c_c$ e $c_c = 2m\omega_n$.

O amortecimento presente é aquele inerente à estrutura do mancal e ao atrito de suas partes, particularmente das esferas dos rolamentos. Ele será aqui assumido como sendo do tipo histerético constante com a amplitude do movimento. Neste caso o coeficiente de amortecimento é substituído por $c = k\eta/\omega$ onde η é denominado fator de amortecimento estrutural (Nashif et al. 1985). Com esta nova definição (3) pode agora ser reescrita na forma:

$$\frac{W}{W_0} = \sqrt{\frac{1 + \eta^2}{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2\right]^2 + \eta^2}} \quad (4)$$

Esta equação serve para determinar: (a) o fator de amortecimento estrutural; (b) a aceleração à qual o cubo do mancal é submetido; e (c) a força que atua no cubo.

A magnitude de η é obtida experimentalmente pelo método da amplitude da resposta ressonante (Nashif et al. 1985). De acordo com ele a relação entre a amplitude do movimento do cubo (ou de sua aceleração) e o movimento (ou aceleração) da base pode ser aproximado por $Q = 1/\eta$ que é obtido quando se considera que: (a) o sistema é excitado com a sua frequência natural; e (b) o fator de amortecimento estrutural é muito menor do que 1 ($\eta \ll 1$).

A relação entre as magnitudes das acelerações senoidais do cubo e da base também é dada por (4). Para obter o valor da aceleração do cubo basta multiplicar o termo da direita pela magnitude da aceleração da base, ficando:

$$|\ddot{w}| = \frac{\sqrt{1 + \eta^2}}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2\right]^2 + \eta^2}} |\ddot{w}_0| \quad (5)$$

Finalmente, a força que atua no cubo pode ser determinada a partir da (5) pois ela expressa a aceleração absoluta do corpo, assim:

$$F = m \frac{\sqrt{1 + \eta^2}}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2\right]^2 + \eta^2}} |\ddot{w}_0| \quad (6)$$

Um último aspecto do movimento a ser tratado pela teoria é a medida do deslocamento relativo entre o cubo e o eixo. Ele pode ser obtido se o sistema dinâmico mostrado na Fig. 3 for equacionado de acordo com o problema do sismógrafo (Thomson 1981). Nele procura-se uma relação entre a amplitude do movimento relativo entre a massa e a base e o movimento da base propriamente dito. Para tanto define-se uma nova coordenada $z = w - w_0$ e reescreve-se a (2) na forma, (Thomson 1981):

$$m(\ddot{z} + \ddot{w}_0) + c\dot{z} + kz = 0 \quad (7)$$

que, se se considera que o movimento na coordenada z também é senoidal, resulta na seguinte razão entre as amplitudes do movimento para o caso do amortecimento histerético:

$$\frac{Z}{W_0} = \frac{\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2\right]^2 + \eta^2}} \quad (8)$$

Com ela é possível, a partir da amplitude conhecida do movimento da base saber a amplitude do movimento relativo entre o cubo e o eixo.

Para ilustrar a aplicação dos conceitos acima, a Fig. 4 traz a medida experimental da aceleração axial do cubo do mancal para uma varredura senoidal com amplitude de 0,4 g na faixa de 200 a 2000 Hz. Trata-se de um nível de aceleração bastante reduzido frente aos que devem ser suportados pelo mancal durante o lançamento. Seu propósito é apenas o de identificar as características dinâmicas do mancal. A frequência natural medida vale 916,5 Hz e a aceleração na ressonância é de 27,63 g o que leva a um fator de amortecimento estrutural $\eta = 0,014$, se este for, novamente, considerado linear.

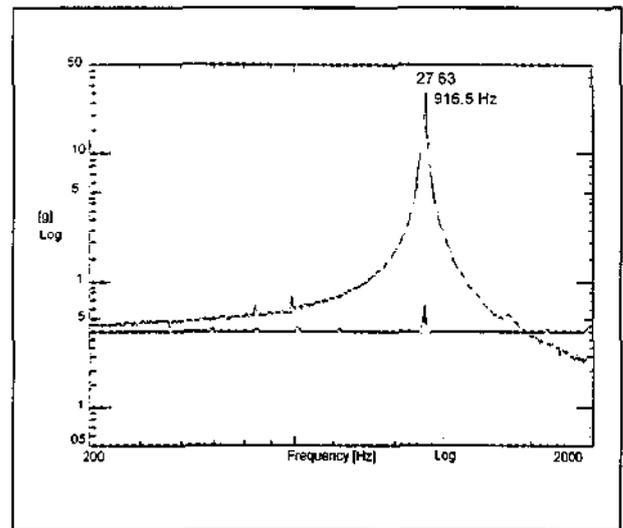


Figura 4: Aceleração axial experimental do mancal.

Para efeito de comparação a Fig. 5 traz a curva teórica (eq. (5)) da aceleração do mancal supondo a pré-carga e o ângulo de contato inicial nominais. Nesta curva o fator de amortecimento estrutural experimental já foi introduzido.

A análise da Fig. 5 mostra que a frequência de ressonância teórica está bastante próxima da experimental (961,5 Hz para a teórica e 916,5 Hz para a experimental) o que significa que, supondo que o ângulo de contato seja mesmo o nominal, basta uma pequena alteração na pré-carga teórica para igualar a frequência de ressonância teórica à experimental. Por outro lado também é possível alterar a pré-carga do mancal para torná-la mais próxima da teórica. Este é o objetivo maior do procedimento, dado o fato de que não é possível saber, durante a fase de montagem, se a pré-carga aplicada ficou aquém ou além da especificada.

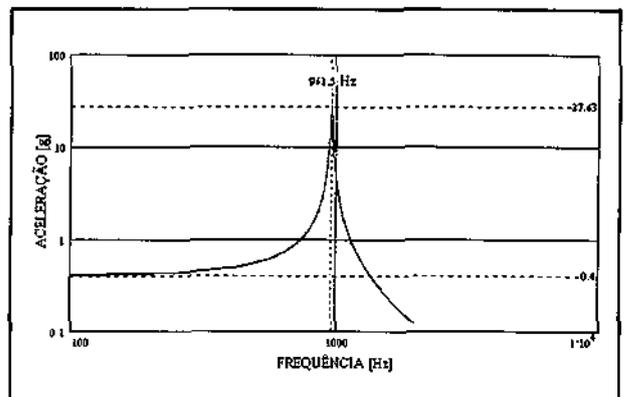


Figura 5: Aceleração axial teórica do mancal para excitação de 0,4 g.

A análise comparativa das curvas também mostra que o modelo de um grau de liberdade é capaz de descrever com suficiente fidelidade o comportamento dinâmico do mancal, constituindo assim uma ferramenta confiável para o propósito aqui estabelecido que é o de auxiliar no seu projeto e na sua montagem.

Dos resultados acima nota-se que o reduzido fator de amortecimento leva a uma relevante ampliação na ressonância. Esta característica do mancal exige uma cuidadosa análise de seu comportamento frente às excitações introduzidas pelo lançamento para verificar se elas não irão causar um dano permanente às pistas dos rolamentos ou às partes montadas no cubo do mancal (volante e rotor de motor). Para tanto é necessário conhecer as cargas geradas no interior do mancal e também os seus deslocamentos.

A carga resultante que atua sobre o mancal é dada por (6) e está mostrada na Fig. 6 em função da frequência de excitação. Sua análise mostra que a carga de alívio já é atingida na ressonância para uma excitação tão reduzida quanto 0,4 g. Isto significa que para excitações maiores a carga de alívio será fatalmente ultrapassada. Nesta situação, durante cada ciclo de vibração, um dos rolamentos fica totalmente descarregado enquanto que o outro recebe toda a carga do mancal. Esta carga deve ser inferior ao carregamento estático máximo suportado pelo rolamento, caso contrário ela poderá induzir deformações permanentes nas suas pistas.

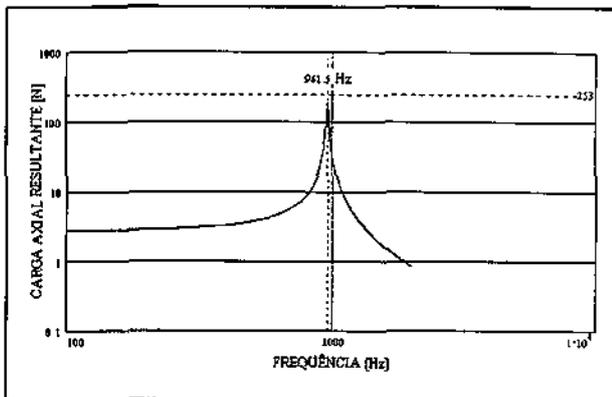


Figura 6: Carga axial resultante no mancal para excitação de 0,4 g.

A verificação seguinte é baseada na eq. (8) e está mostrada na Fig. 7. Ela complementa a Fig. 6 pois indica que na ressonância o movimento relativo entre o cubo e o eixo é de aproximadamente 9,80 μm , que é o deslocamento que leva ao alívio do rolamento menos carregado. Este resultado confirma a conclusão da análise da Fig. 6, que é a de que a carga de alívio deverá ser ultrapassada para excitações superiores a 0,4 g. Nesta mesma figura também é mostrada, para efeito de ilustração, a amplitude do movimento da base ao longo do teste.

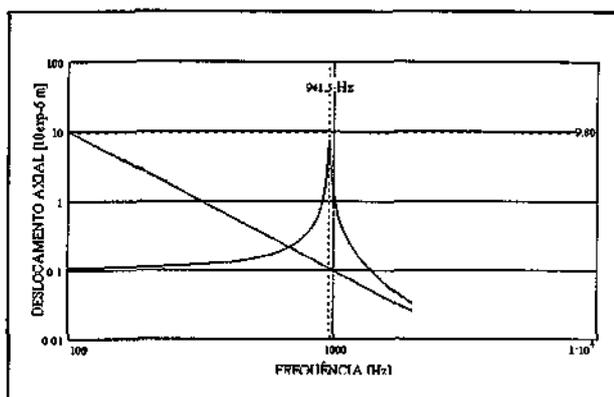


Figura 7: Amplitude do deslocamento relativo entre o cubo e o eixo para excitação de 0,4 g (curva com pico) e amplitude do movimento da base ao longo do teste.

CONCLUSÕES

A técnica aqui apresentada propõe uma solução para o problema da correta aplicação da pré-carga em mancais de rolamentos de esferas em montagem "back-to-back" por meio de procedimentos teóricos e experimentais bastante simples em substituição a soluções mecânicas complexas. Além disso ela ainda permite conhecer em detalhe o comportamento dinâmico do mancal e oferece a possibilidade de analisar teoricamente as cargas e as deformações ali presentes.

REFERÊNCIAS

- Hamrock, B.J.; Anderson, W.J., Rolling-element bearings, NASA RP-1105, June 1983.
- Harris, T.A., Rolling Bearing Analysis, 2nd ed., Wiley, New York, 1984.
- Nashif, A.D. et al., Vibration damping, Wiley, New York, 1985.
- Thomson, W.T., Theory of vibration with applications, 2nd ed., Prentice-Hall, Englewood Cliffs, 1981.

ABSTRACT

This work presents a method for the identification of the preload, the stiffness and the structural damping of ball bearing assemblies. The theory adopts a model for the determination of the first natural frequency in the axial direction based on the stiffness of the bearings and the rotating mass. The natural frequency is measured and the structural damping is estimated in a vibration test. The model is then adjusted to the experimental findings and the preload calculated.

DETERMINAÇÃO DA PRÉ-CARGA DE MANCAIS DE ESFERAS DE CONTATO ANGULAR POR MEIO DA ANÁLISE DA VIBRAÇÃO DO MANCAL NA DIREÇÃO AXIAL

Petrônio Noronha de Souza
Divisão de Mecânica Espacial e Controle - DMC
Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais - INPE

RESUMO

Neste trabalho é apresentado um método que permite determinar o valor da pré-carga, da rigidez e do amortecimento estrutural de um mancal de rolamentos de esferas. A parte teórica consiste no uso de um modelo para o cálculo da frequência natural de vibração axial com base na rigidez e no valor da massa girante. A parte experimental vem em seguida quando o mancal é instrumentado e submetido a um teste de vibração no qual o valor desta frequência é determinado e o do amortecimento estimado. O modelo teórico é então ajustado aos dados experimentais para determinar a pré-carga do mancal.

INTRODUÇÃO

Diversos mecanismos utilizados na indústria aeroespacial possuem como elemento de suspensão um mancal de rolamentos de esferas de contato angular (ou rolamentos radiais de esferas) em montagem "back-to-back". Como exemplo destes componentes, podem ser citados os giroscópios convencionais, a maioria das rodas de reação e volantes de inércia e também dos sensores de horizonte. A rigidez e a confiabilidade (o que envolve a correta lubrificação) destes mancais dependem de vários fatores sendo que um deles é a pré-carga. A sua correta especificação durante a fase de projeto e a sua aplicação precisa durante a fase de montagem apresentam uma série de dificuldades, entre elas o desconhecimento prévio do comportamento dinâmico do mancal (frequências naturais e amortecimento), e a dificuldade na medição do deslocamento axial sofrido pelos anéis dos rolamentos durante a montagem, se esta for a técnica adotada para a determinação da pré-carga.

Neste trabalho é apresentada uma técnica que permite a determinação do valor da pré-carga, da rigidez e do amortecimento estrutural do mancal durante e/ou após sua montagem. A parte teórica consiste no uso de um modelo para o cálculo da frequência natural de vibração axial com base na rigidez e no valor da massa girante. A parte experimental vem em seguida quando o mancal é instrumentado e submetido a um teste de vibração no qual o valor desta frequência é determinado. Este valor é, em seguida, comparado com o teórico de forma a verificar se a pré-carga real encontra-se ou não dentro da faixa de tolerância especificada.

Esta técnica também é útil para a determinação do fator de amortecimento estrutural do mancal. Isto é feito por meio da medição da amplitude da resposta ressonante. Com ele, com a rigidez, a massa girante e o perfil de vibração ao qual o mancal será submetido durante a fase de testes e lançamento é possível saber, por meio de simulações se: (a) a carga de alívio do mancal será ou não ultrapassada e de quanto; (b) se a pré-carga especificada é adequada; e (c) se o carregamento estático aplicado nas pistas dos rolamentos durante a ressonância irá ou não superar os limites estabelecidos pelo fabricante, o que pode comprometer a vida dos rolamentos e o desempenho do mancal.

Para exemplificar o uso da técnica descrita, são apresentados os resultados da sua aplicação para o caso do mancal do modelo de qualificação do Experimento Roda de Reação - ERR (equipamento que integra o Satélite Brasileiro

de Coleta de Dados 2 - SCD2). Este mancal é constituído por dois rolamentos de contato angular em montagem "back-to-back" que são montados utilizando uma pré-carga rígida, ou seja, não existem elementos flexíveis como molas para aplicar a pré-carga (Fig. 1).

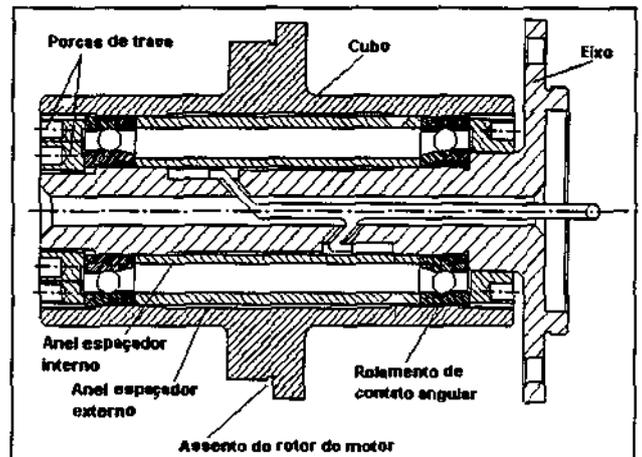


Figura 1: Mancal do Experimento Roda de Reação.

DETERMINAÇÃO DA RIGIDEZ AXIAL DO MANCAL

A rigidez axial de rolamentos deste tipo é calculada em função do material utilizado, da geometria das pistas, do número de corpos girantes (esferas no caso), da pré-carga inicial e da folga interna do rolamento (Hamrock & Anderson 1983).

De posse das características de rigidez de um único rolamento, é possível determinar como o par montado deve se comportar sob o efeito de uma carga externa axial. A rigidez composta dos dois rolamentos (que não é a soma da rigidez de cada um deles) constitui o valor a ser utilizado no cálculo da frequência natural de vibração do mancal.

Um outro parâmetro que é calculado simultaneamente é a carga de alívio do mancal. Trata-se daquela carga axial externa que faz com que um dos rolamentos do par seja descarregado, ou seja, esteja prestes a deixar suas esferas completamente soltas. Esta carga é normalmente tida como um valor limite para o carregamento axial do mancal. Ultrapassá-la quando em operação pode significar dano para o mancal.

A rigidez axial do mancal é obtida determinando-se: (a) o ângulo de contato em função da carga axial atuante em um

único rolamento; (b) a deformação axial de um único rolamento em função da carga axial; e (c) a deformação axial do mancal completo em função da carga externa nele aplicada.

Para o caso de um rolamento de esferas de contato angular operando a uma velocidade na qual os efeitos centrífugos podem ser desprezados, a determinação do ângulo de contato em função da carga axial (passo (a)) segue um procedimento já consolidado na literatura, que não será aqui repetido (Hamrock & Anderson 1983). Os dados necessários para o cálculo são em sua maioria extraídos do catálogo do rolamento embora dados como as conformidades das pistas tenham que ser medidos ou estimados por outros métodos. São eles: diâmetro (d) e número de esferas (n), passo diametral do rolamento (d_c), ângulo de contato inicial (β_0), módulos de elasticidade (E) e Poisson (ν) dos materiais das pistas e das esferas, e as conformidades dos contatos interno (f_i) e externo (f_o). O resultado final é uma tabela de ângulos de contato (β) em função da carga axial nele aplicada.

O passo seguinte (b) determina a deformação axial de um único rolamento por meio da equação:

$$\delta_i = \frac{(f_o + f_i - 1) d \sin(\beta - \beta_0)}{\cos \beta} \quad (1)$$

na qual o ângulo de contato β é uma função da carga axial.

O passo final (c) parte da situação em que o mancal está montado e os rolamentos já pré-carregados possuem uma deformação axial δ_p fruto de uma pré-carga F_p . O mancal é então submetido a uma carga axial externa, que pode ser estática ou dinâmica. Esta carga faz com que um dos rolamentos do par seja sobrecarregado e o outro seja descarregado. O rolamento sobrecarregado passa a ter uma deformação axial igual a $\delta_p + \delta$ causada por uma carga axial $F_1 > F_p$. A deformação do outro rolamento do par vale então $\delta_p - \delta$ e é causada por uma outra carga axial $F_2 < F_p$. A carga axial líquida aplicada no mancal é dada então por $F = F_1 - F_2$. Harris (1984) descreve em detalhe o procedimento acima. O resultado da análise é uma relação entre a carga axial externa e o deslocamento relativo entre o cubo e o eixo, o que permite calcular a rigidez axial do mancal.

A Fig. 2 traz a curva de deformação em função do carregamento axial para o rolamento utilizado no mancal em estudo. Trata-se do rolamento de contato angular 6062 de qualidade ISO P4 fabricado em aço AISI 440C com as seguintes características: $d = 4,762$ mm; $n = 11$; $d_c = 23,5$ mm; $\beta_0 = 13^\circ$; $E = 2 \times 10^{12}$ Pa; $\nu = 0,3$; $f_i = 0,518$; $f_o = 0,532$ e pré-carga sólida igual a 70 N.

O resultado final desta análise é o valor da rigidez axial do mancal (25,8 N/ μ m) e da sua carga de alívio (253 N). A rigidez resultante para este tipo de mancal é virtualmente constante desde a carga axial zero até a carga de alívio, que se situa na faixa de 3 a 4 vezes a sua pré-carga.

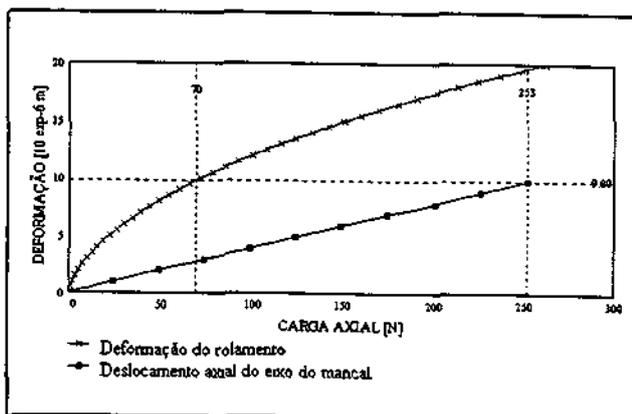


Figura 2: Deformação axial do rolamento e deslocamento axial do eixo do mancal.

A Fig. 2 também traz a curva de rigidez além de indicar a deformação axial máxima tolerada e a carga de alívio.

DETERMINAÇÃO DA RESPOSTA EM FREQUÊNCIA DO MANCAL NA DIREÇÃO AXIAL

O sistema dinâmico constituído pelo mancal apresenta dois modos fundamentais de vibração. O primeiro deles é aquele devido ao movimento relativo axial entre o cubo e o eixo graças à flexibilidade axial dos rolamentos, que é o tema deste trabalho. O segundo modo é o devido à vibração do eixo como viga engastada em uma extremidade. Outros modos possíveis são devidos ao movimento radial relativo entre o cubo e o eixo graças à flexibilidade radial dos rolamentos. Estes casos não são considerados neste trabalho. A Fig. 3 traz um modelo dinâmico do mancal. Nele, os rolamentos são substituídos por barras dotadas de flexibilidade e amortecimento.

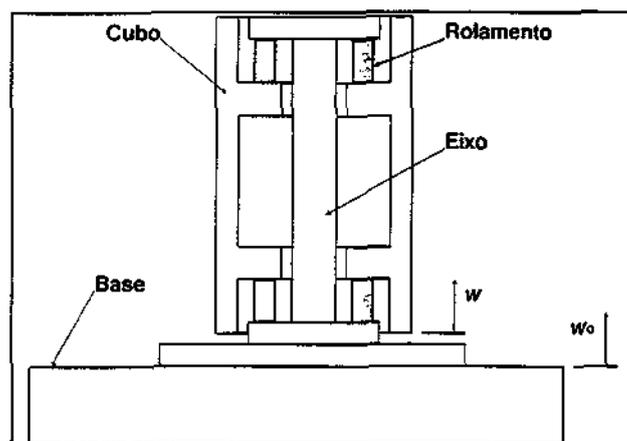


Figura 3: Modelo dinâmico do mancal.

Considerando um sistema de um grau de liberdade que é excitado pela base e que conta com uma massa girante (m), uma constante de mola (k) e um coeficiente de amortecimento (c), seu movimento pode ser expresso pela seguinte equação (Thomson 1981):

$$m \ddot{w} + c(\dot{w} - \dot{w}_0) + k(w - w_0) = 0 \quad (2)$$

onde o movimento da base é medido pela coordenada w_0 e o movimento da massa é dado pela coordenada w . Para o caso de uma excitação senoidal, a razão de amplitudes do movimento da base e do mancal é dada por:

$$\frac{W}{W_0} = \sqrt{1 + \left(2\zeta \frac{\omega}{\omega_n}\right)^2 / \left\{ \left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2\right]^2 + \left(2\zeta \frac{\omega}{\omega_n}\right)^2 \right\}} \quad (3)$$

na qual $\omega_n = \sqrt{k/m}$, $\zeta = c/c_c$ e $c_c = 2m\omega_n$.

O amortecimento presente é aquele inerente à estrutura do mancal e ao atrito de suas partes, particularmente das esferas dos rolamentos. Ele será aqui assumido como sendo do tipo histerético constante com a amplitude do movimento. Neste caso o coeficiente de amortecimento é substituído por $c = k\eta/\omega$ onde η é denominado *fator de amortecimento estrutural* (Nashif et al. 1985). Com esta nova definição (3) pode agora ser reescrita na forma:

$$\frac{W}{W_0} = \sqrt{\frac{1 + \eta^2}{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2\right]^2 + \eta^2}} \quad (4)$$

Esta equação serve para determinar: (a) o fator de amortecimento estrutural; (b) a aceleração à qual o cubo do mancal é submetido; e (c) a força que atua no cubo.

A magnitude de η é obtida experimentalmente pelo método da amplitude da resposta ressonante (Nashif et al. 1985). De acordo com ele a relação entre a amplitude do movimento do cubo (ou de sua aceleração) e o movimento (ou aceleração) da base pode ser aproximado por $Q = 1/\eta$ que é obtido quando se considera que: (a) o sistema é excitado com a sua frequência natural; e (b) o fator de amortecimento estrutural é muito menor do que 1 ($\eta \ll 1$).

A relação entre as magnitudes das acelerações senoidais do cubo e da base também é dada por (4). Para obter o valor da aceleração do cubo basta multiplicar o termo da direita pela magnitude da aceleração da base, ficando:

$$|\ddot{w}| = \frac{\sqrt{1 + \eta^2}}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2\right]^2 + \eta^2}} |\ddot{w}_0| \quad (5)$$

Finalmente, a força que atua no cubo pode ser determinada a partir da (5) pois ela expressa a aceleração absoluta do corpo, assim:

$$F = m \frac{\sqrt{1 + \eta^2}}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2\right]^2 + \eta^2}} |\ddot{w}_0| \quad (6)$$

Um último aspecto do movimento a ser tratado pela teoria é a medida do deslocamento relativo entre o cubo e o eixo. Ele pode ser obtido se o sistema dinâmico mostrado na Fig. 3 for equacionado de acordo com o problema do sismógrafo (Thomson 1981). Nele procura-se uma relação entre a amplitude do movimento relativo entre a massa e a base e o movimento da base propriamente dito. Para tanto define-se uma nova coordenada $z = w - w_0$ e reescreve-se a (2) na forma, (Thomson 1981):

$$m(\ddot{z} + \ddot{w}_0) + c\dot{z} + kz = 0 \quad (7)$$

que, se se considera que o movimento na coordenada z também é senoidal, resulta na seguinte razão entre as amplitudes do movimento para o caso do amortecimento histerético:

$$\frac{Z}{W_0} = \frac{\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2\right]^2 + \eta^2}} \quad (8)$$

Com ela é possível, a partir da amplitude conhecida do movimento da base saber a amplitude do movimento relativo entre o cubo e o eixo.

Para ilustrar a aplicação dos conceitos acima, a Fig. 4 traz a medida experimental da aceleração axial do cubo do mancal para uma varredura senoidal com amplitude de 0,4 g na faixa de 200 a 2000 Hz. Trata-se de um nível de aceleração bastante reduzido frente aos que devem ser suportados pelo mancal durante o lançamento. Seu propósito é apenas o de identificar as características dinâmicas do mancal. A frequência natural medida vale 916,5 Hz e a aceleração na ressonância é de 27,63 g o que leva a um fator de amortecimento estrutural $\eta = 0,014$, se este for, novamente, considerado linear.

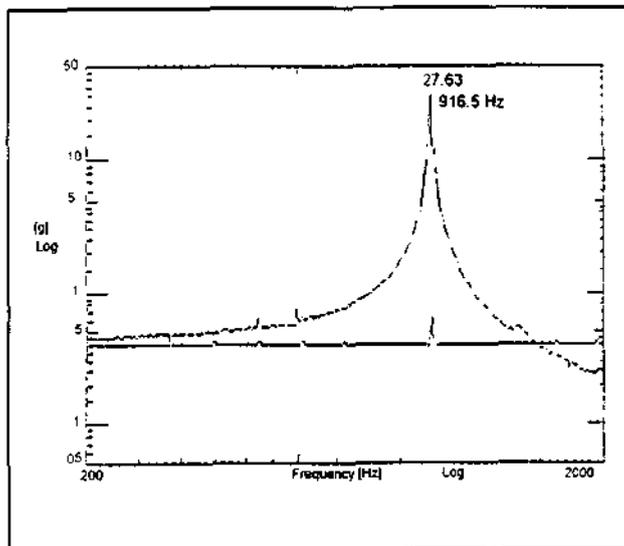


Figura 4: Aceleração axial experimental do mancal.

Para efeito de comparação a Fig. 5 traz a curva teórica (eq. (5)) da aceleração do mancal supondo a pré-carga e o ângulo de contato inicial nominais. Nesta curva o fator de amortecimento estrutural experimental já foi introduzido.

A análise da Fig. 5 mostra que a frequência de ressonância teórica está bastante próxima da experimental (961,5 Hz para a teórica e 916,5 Hz para a experimental) o que significa que, supondo que o ângulo de contato seja mesmo o nominal, basta uma pequena alteração na pré-carga teórica para igualar a frequência de ressonância teórica à experimental. Por outro lado também é possível alterar a pré-carga do mancal para torná-la mais próxima da teórica. Este é o objetivo maior do procedimento, dado o fato de que não é possível saber, durante a fase de montagem, se a pré-carga aplicada ficou aquém ou além da especificada.

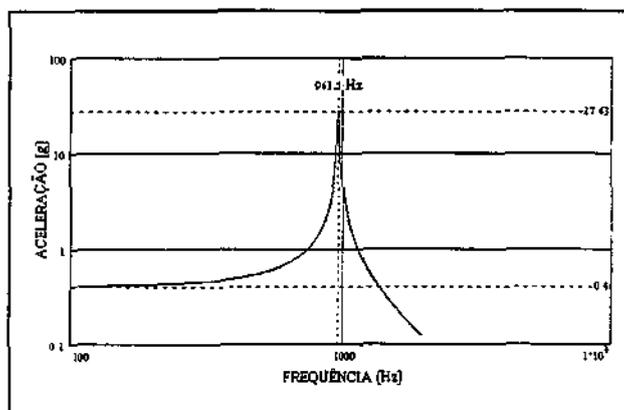


Figura 5: Aceleração axial teórica do mancal para excitação de 0,4 g.

A análise comparativa das curvas também mostra que o modelo de um grau de liberdade é capaz de descrever com suficiente fidelidade o comportamento dinâmico do mancal, constituindo assim uma ferramenta confiável para o propósito aqui estabelecido que é o de auxiliar no seu projeto e na sua montagem.

Dos resultados acima nota-se que o reduzido fator de amortecimento leva a uma relevante ampliação na ressonância. Esta característica do mancal exige uma cuidadosa análise de seu comportamento frente às excitações introduzidas pelo lançamento para verificar se elas não irão causar um dano permanente às pistas dos rolamentos ou às partes montadas no cubo do mancal (volante e rotor de motor). Para tanto é necessário conhecer as cargas geradas no interior do mancal e também os seus deslocamentos.

A carga resultante que atua sobre o mancal é dada por (6) e está mostrada na Fig. 6 em função da frequência de excitação. Sua análise mostra que a carga de alívio já é atingida na ressonância para uma excitação tão reduzida quanto 0,4 g. Isto significa que para excitações maiores a carga de alívio será fatalmente ultrapassada. Nesta situação, durante cada ciclo de vibração, um dos rolamentos fica totalmente descarregado enquanto que o outro recebe toda a carga do mancal. Esta carga deve ser inferior ao carregamento estático máximo suportado pelo rolamento, caso contrário ela poderá induzir deformações permanentes nas suas pistas.

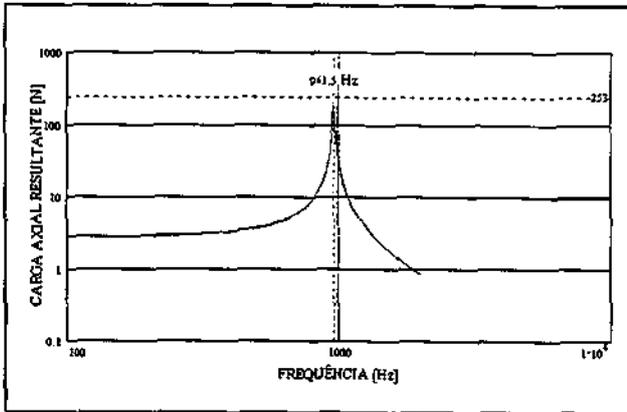


Figura 6: Carga axial resultante no mancal para excitação de 0,4 g.

A verificação seguinte é baseada na eq. (8) e está mostrada na Fig. 7. Ela complementa a Fig. 6 pois indica que na ressonância o movimento relativo entre o cubo e o eixo é de aproximadamente 9,80 μm , que é o deslocamento que leva ao alívio do rolamento menos carregado. Este resultado confirma a conclusão da análise da Fig. 6, que é a de que a carga de alívio deverá ser ultrapassada para excitações superiores a 0,4 g. Nesta mesma figura também é mostrada, para efeito de ilustração, a amplitude do movimento da base ao longo do teste.

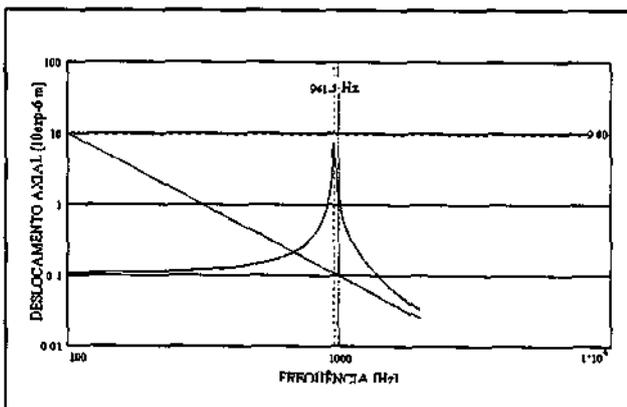


Figura 7: Amplitude do deslocamento relativo entre o cubo e o eixo para excitação de 0,4 g (curva com pico) e amplitude do movimento da base ao longo do teste.

CONCLUSÕES

A técnica aqui apresentada propõe uma solução para o problema da correta aplicação da pré-carga em mancais de rolamentos de esferas em montagem "back-to-back" por meio de procedimentos teóricos e experimentais bastante simples em substituição a soluções mecânicas complexas. Além disso ela ainda permite conhecer em detalhe o comportamento dinâmico do mancal e oferece a possibilidade de analisar teoricamente as cargas e as deformações ali presentes.

REFERÊNCIAS

- Hamrock, B.J.; Anderson, W.J., Rolling-element bearings, NASA RP-1105, June 1983.
- Harris, T.A., Rolling Bearing Analysis, 2nd ed., Wiley, New York, 1984.
- Nashif, A.D. et al., Vibration damping, Wiley, New York, 1985.
- Thomson, W.T., Theory of vibration with applications, 2nd ed., Prentice-Hall, Englewood Cliffs, 1981.

ABSTRACT

This work presents a method for the identification of the preload, the stiffness and the structural damping of ball bearing assemblies. The theory adopts a model for the determination of the first natural frequency in the axial direction based on the stiffness of the bearings and the rotating mass. The natural frequency is measured and the structural damping is estimated in a vibration test. The model is then adjusted to the experimental findings and the preload calculated.