

DINÂMICA CAÓTICA: CONTROLE E SINCRONIZAÇÃO

Felipe Bastos Gurgel Silva (IC) 3º Ano de Engenharia Aeronáutica-ITA (d@h8.ita.br)
Elbert Einstein Nehrer Macau-INPE/LAC/CAP (elbert@lac.inpe.br)

RESUMO:

O trabalho em questão teve como objetivo a elaboração de um estudo sobre sistemas dinâmicos, em especial com comportamento caótico, devido a grande quantidade de fenômenos que admite esta característica, os quais são modelados do ponto de vista matemático, fazendo com que as aplicações de tal teoria ocorram nas mais diversas áreas.

A princípio, foi feito um estudo generalista acerca de dinâmica caótica, através de simulações computacionais de mapas unidimensionais e seus comportamentos, mapas multidimensionais, conjuntos de Julia e Mandelbrot, sistemas de tempo contínuo, dentre outros, sendo feita uma análise sobre o comportamento dinâmicos de tais sistemas, como a sensibilidade a condições iniciais, a geometria do atrator, variação da dinâmica com os parâmetros do sistema, cálculo de expoentes de Lyapunov, etc. No estudo de mapas unidimensionais, foi dada uma ênfase em diagramas de bifurcação, de modo a analisar a variação do comportamento de soluções após o transiente. Conceitos de ponto fixo, periodicidade, bifurcação e auto-similaridade foram abordados. Dentre estruturas com geometria fractal, foram estudados conjuntos como a curva de Koch, assim como definições para o conceito de *dimensão*. Foram abordados dois sistemas com diferentes aplicações, mas de dinâmica suficientemente variada: o oscilador linear massa-mola e equação logística, vista como uma mapa para análise de dinâmica populacional.

Dentre os sistemas citados no parágrafo anterior, foram vistos e simulados o modelo de Lorenz de convecção atmosférica, assim como outros modelos de sistemas como Rössler, Ikeda e Henón. Nestes, foram feitos experimentos centrados na simulação do atrator utilizando técnicas numéricas para a resolução de sistemas de equações diferenciais ordinárias. Os experimentos foram simulados em softwares como *Visions of Chaos*, *Fractal Explorer*, *Ultra Fractal*, ou muitas vezes programados em *Visual Basic* e *linguagem C*.

Em uma segunda etapa, o estudo foi centrado na dinâmica do pêndulo amortecido e forçado. A princípio, o sistema, constituido de três variáveis dinâmicas independentes e modelado por 3 equações diferenciais com termos não lineares e três parâmetros foi estudado do ponto de vista teórico. Posteriormente, foram feitas simulações, programadas em linguagem *Visual Basic* para análise dos diferentes comportamentos da solução. O programa desenvolvido permite a análise de uma projeção do espaço de fase do sistema em um plano, observando-se a evolução de trajetórias, bem como a seção de Poincaré. Dentro do estudo do pêndulo, também foi desenvolvido um programa em *Visual Basic* para a simulação de diagramas de bifurcação tomando-se como variável dinâmica o valor da velocidade angular do pêndulo em ciclos do forçante. Desta forma, este pode ser utilizado conjuntamente com a observação do espaço de fase, entretanto com a possibilidade de tomarmos um determinado intervalo de variação de um dos parâmetros do sistema. Também foram feitas simulações para análise da velocidade angular ao longo do tempo.

Nas próximas fases, serão estudadas técnicas para que, dado o comportamento caótico do sistema, o que em geral é algo não desejado, este possa ser modificado de modo a termos uma solução como trajetória instável e periódica. Tais algoritmos serão aplicados ao que se denomina *controle de caos*.